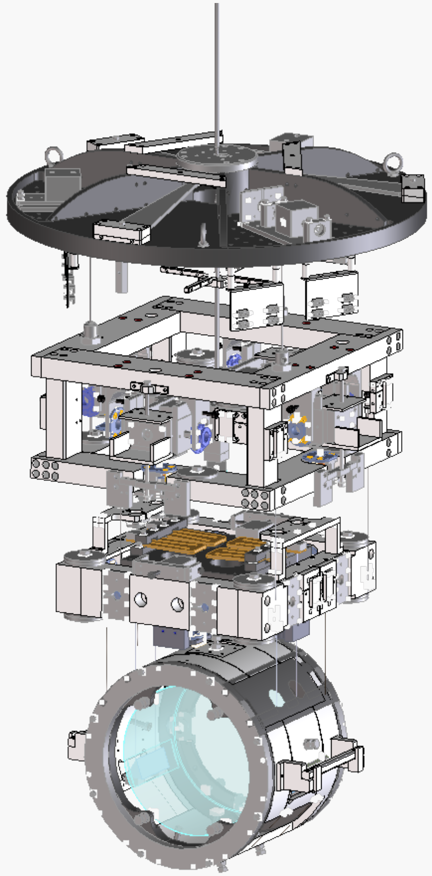
日本物理学会 第79回年次大会 @北海道大学 札幌キャンパス 2024年9月17日

KAGRAにおける防振懸架装置制御系の改良



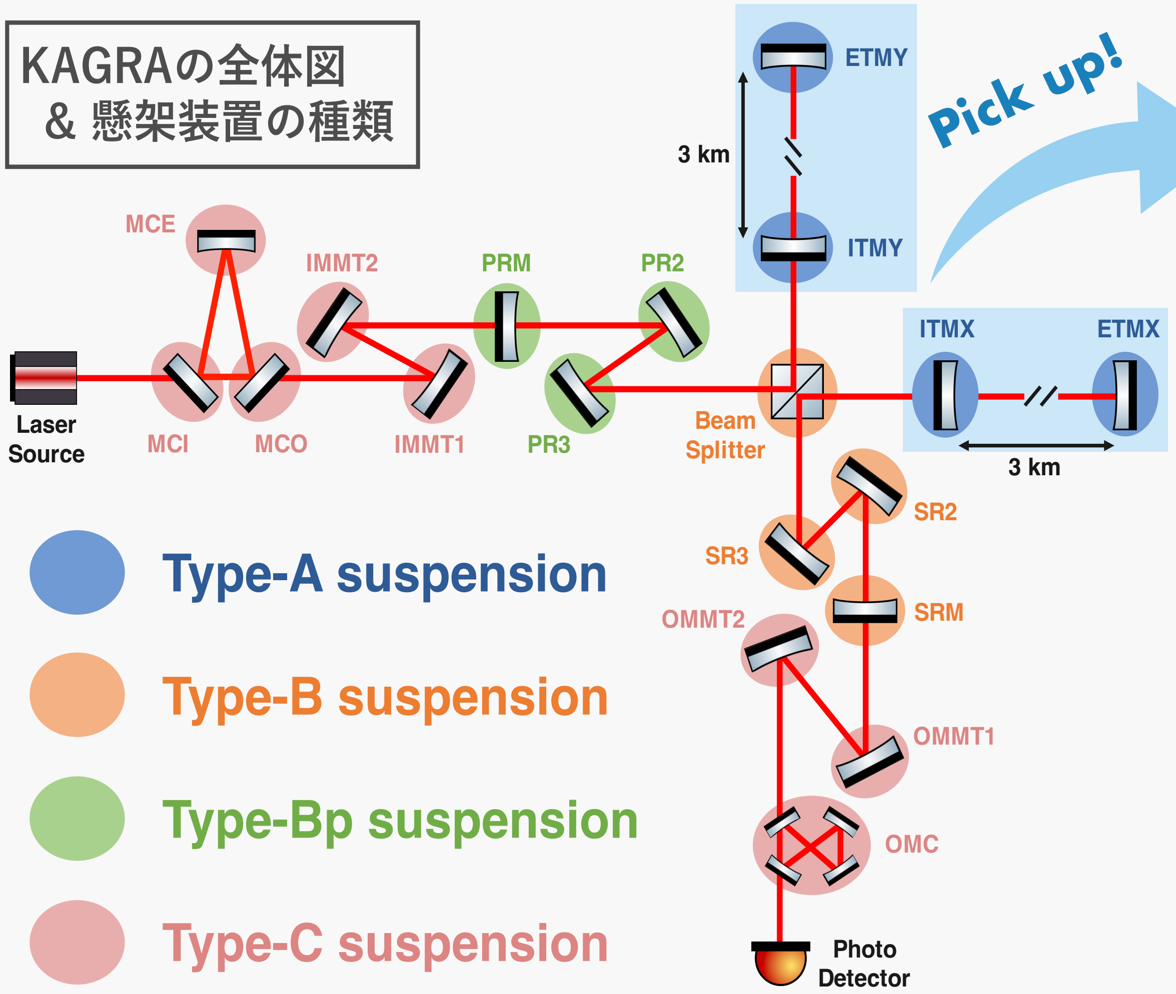
玉木 諒秀*A　牛場 崇文A　都丸 隆行B　高橋 竜太郎B　三代木 伸二A

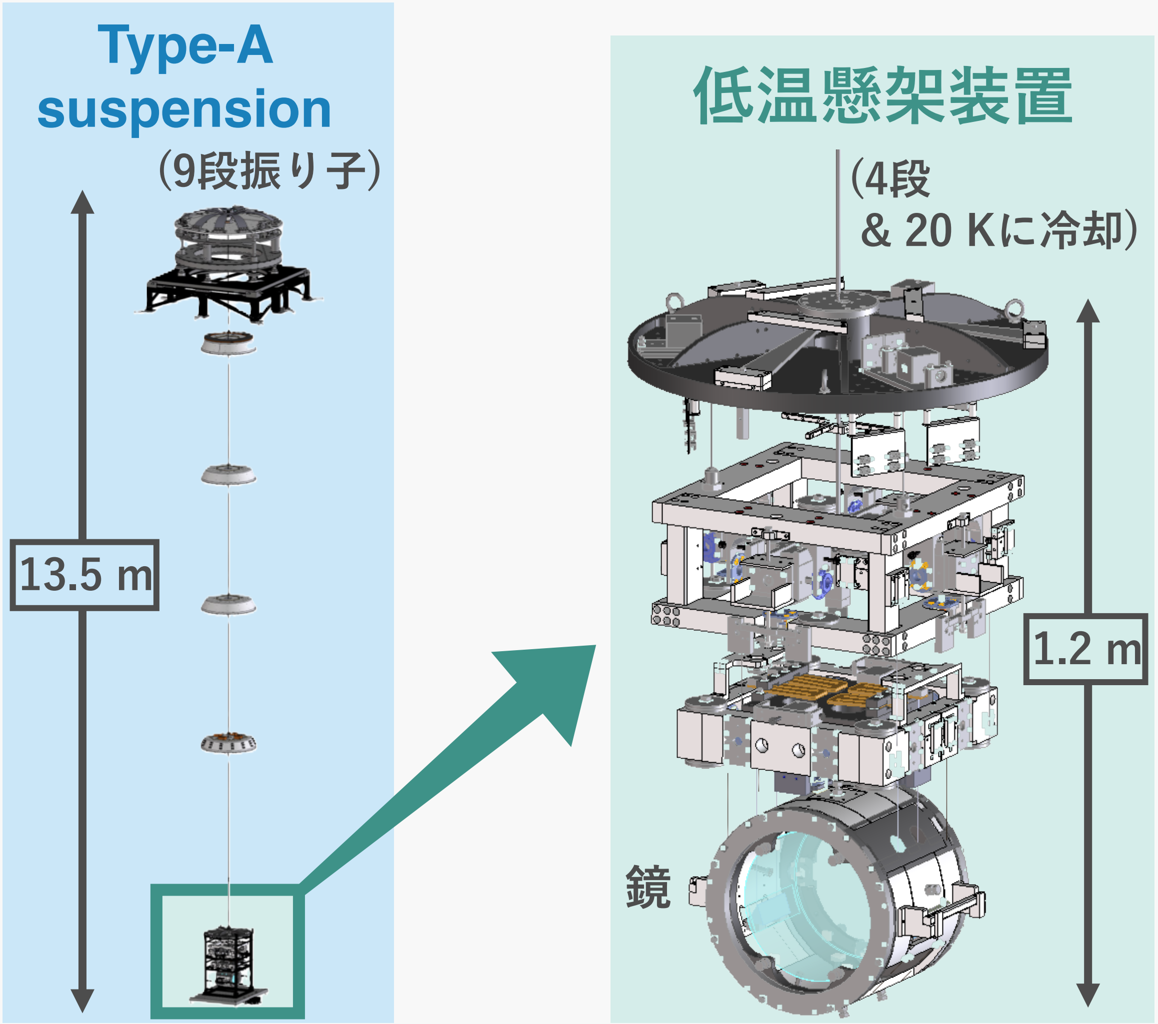
on behalf of the KAGRA Collabolation

東大理　ICRR A　国立天文台 B*

24KJ0588

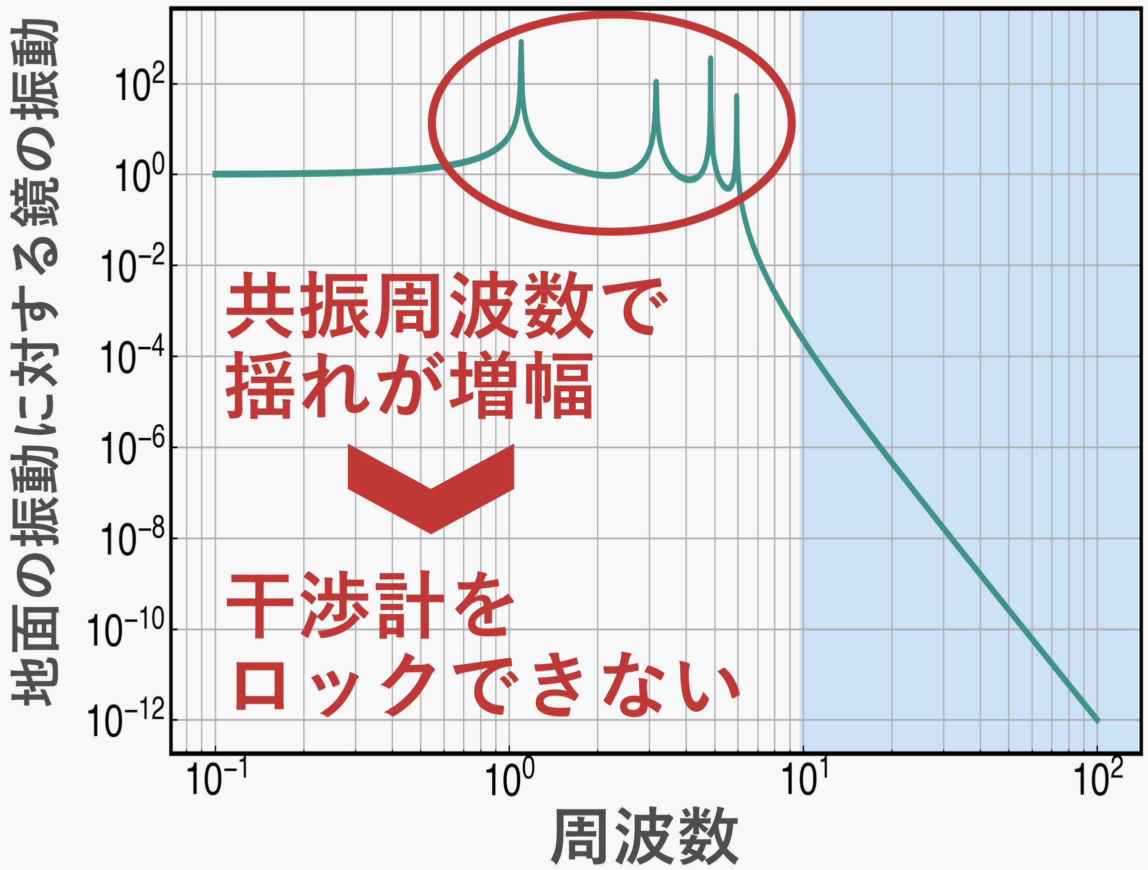
KAGRAにおける防振懸架装置



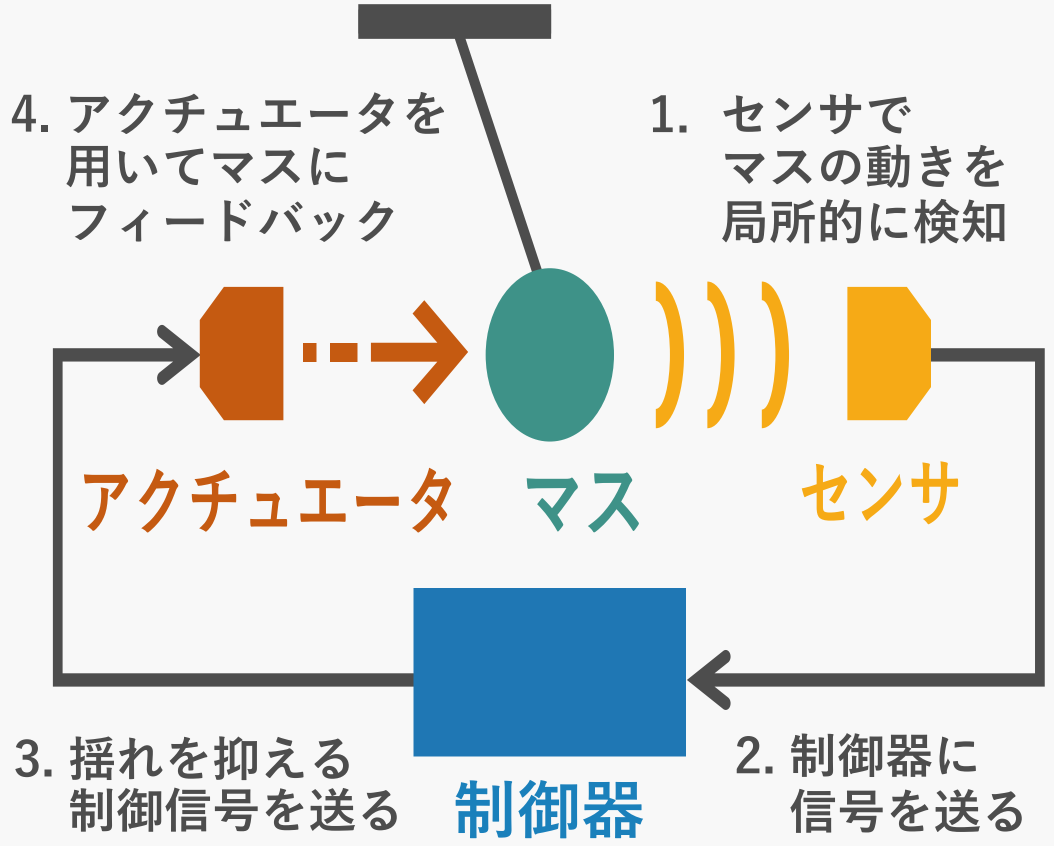


ダンピング制御の必要性と仕組み

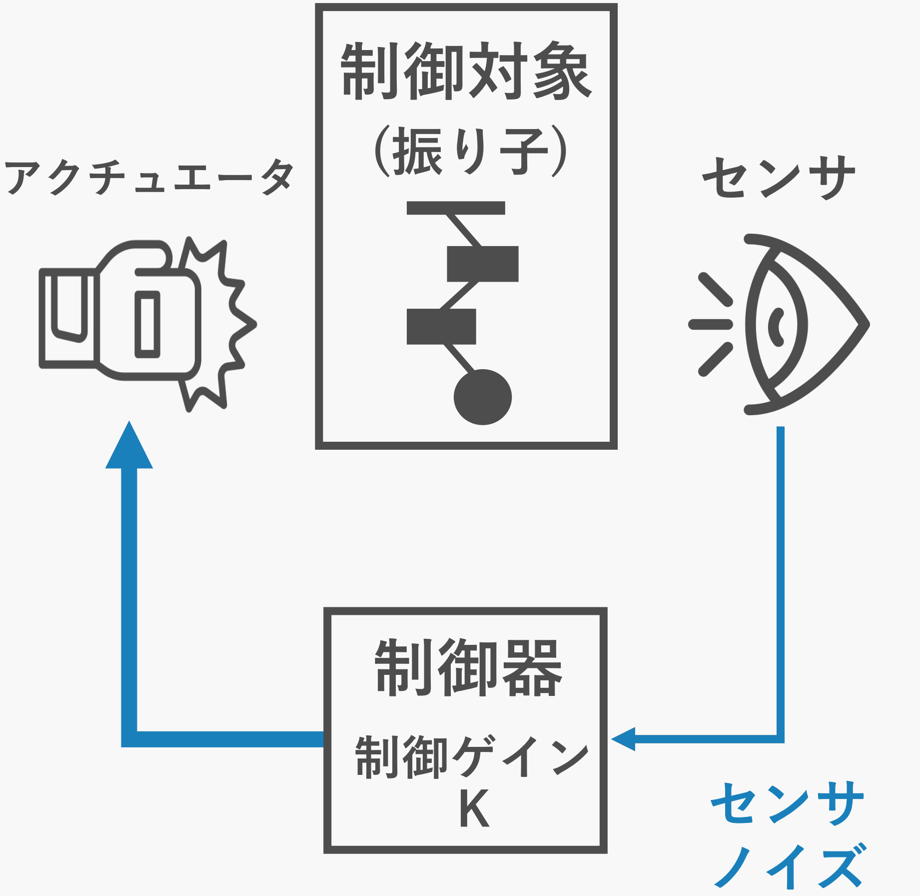
4段振子の防振性能

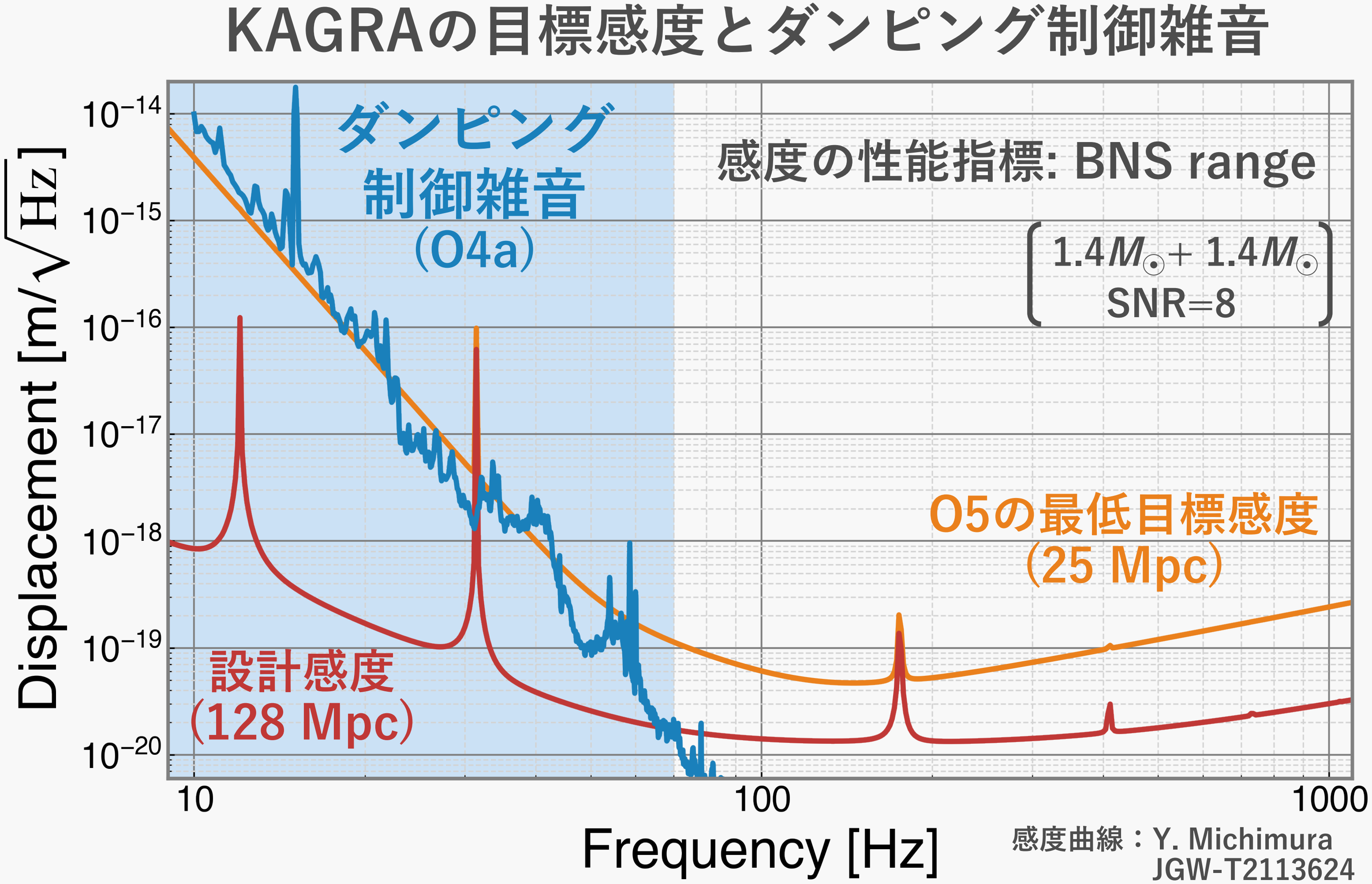


ダンピング制御の概略図



ダンピング制御雑音の低減（課題）





制御雑音低減 (= 低周波感度向上) による効果の例

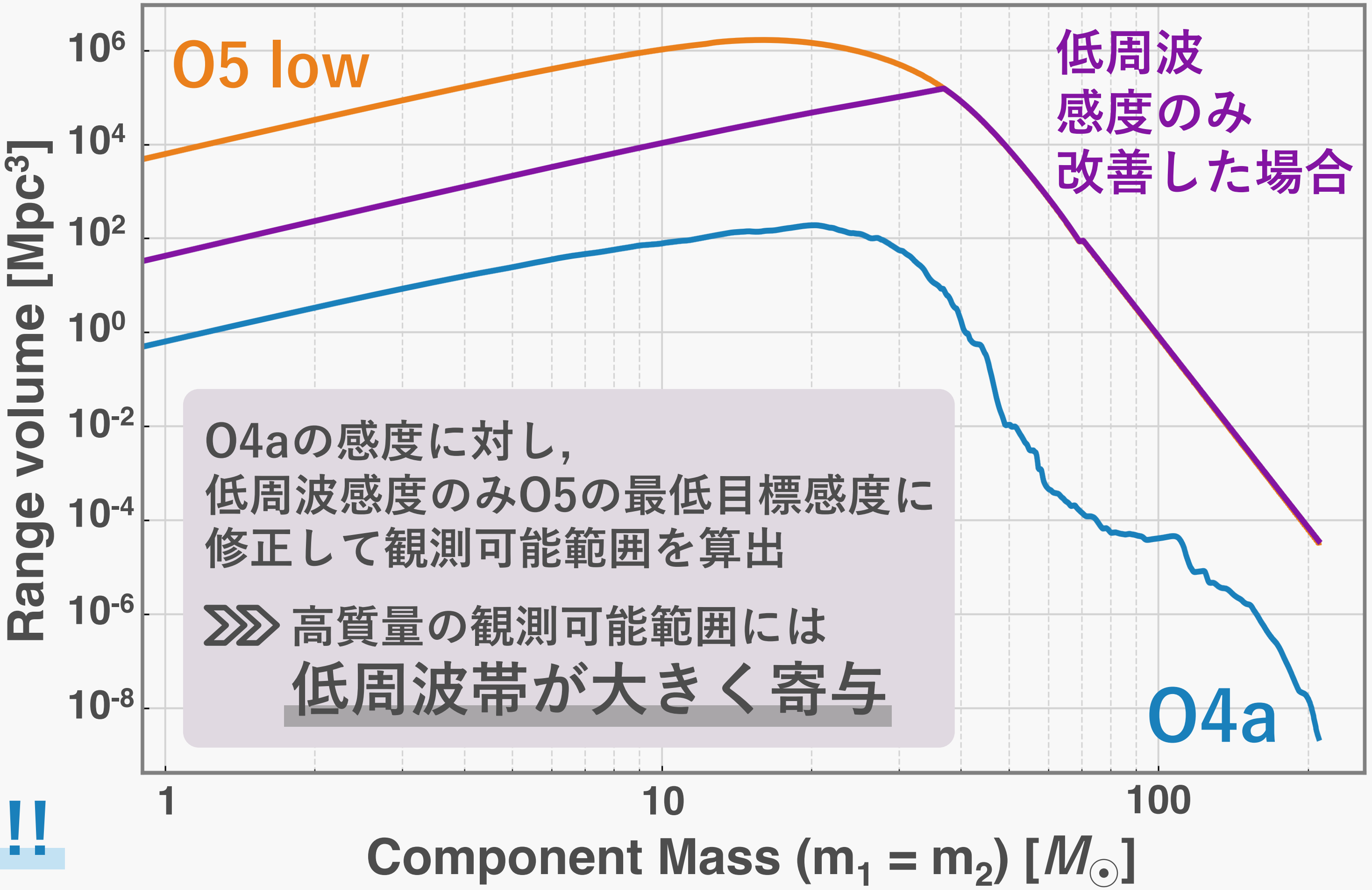
例えば...

質量の大きな
コンパクト連星合体の観測範囲が**増加**
＊ 周波数が高くなる前に合体してしまう

▼

・100$M_\odot$以上の中間質量ブラックホール
・超新星爆発では出来ない
65-120$M_\odot$のブラックホール
→ ブラックホールの形成や進化の理解

≫ **低周波感度を向上したい!!**



ロードマップ

シミュレーション　実験　インストール

Step 01

シミュレーションによる性能評価

- 制御器の設計
  （モード制御と状態推定）
- 雑音の評価

Step 02

試験用懸架装置を用いた実証実験

- 懸架装置の各パーツや真空槽等の実験設備を準備
- Step1で作成した制御器を試験

Step 03

KAGRAへのインストール

- 時期未定
  （観測スケジュールとの兼ね合い）

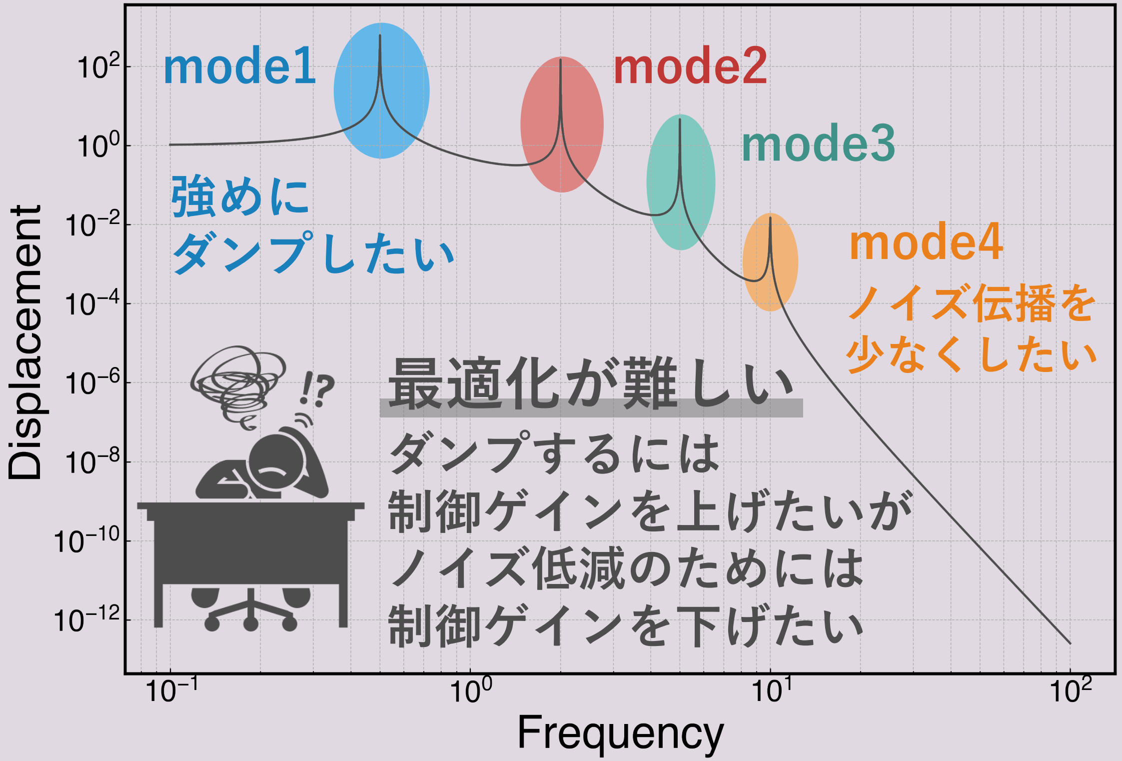
最終的な目標

- 制御雑音を設計感度のレベル以下に低減
- ダンピング制御の自動化

モード制御によるダンピングの最適化

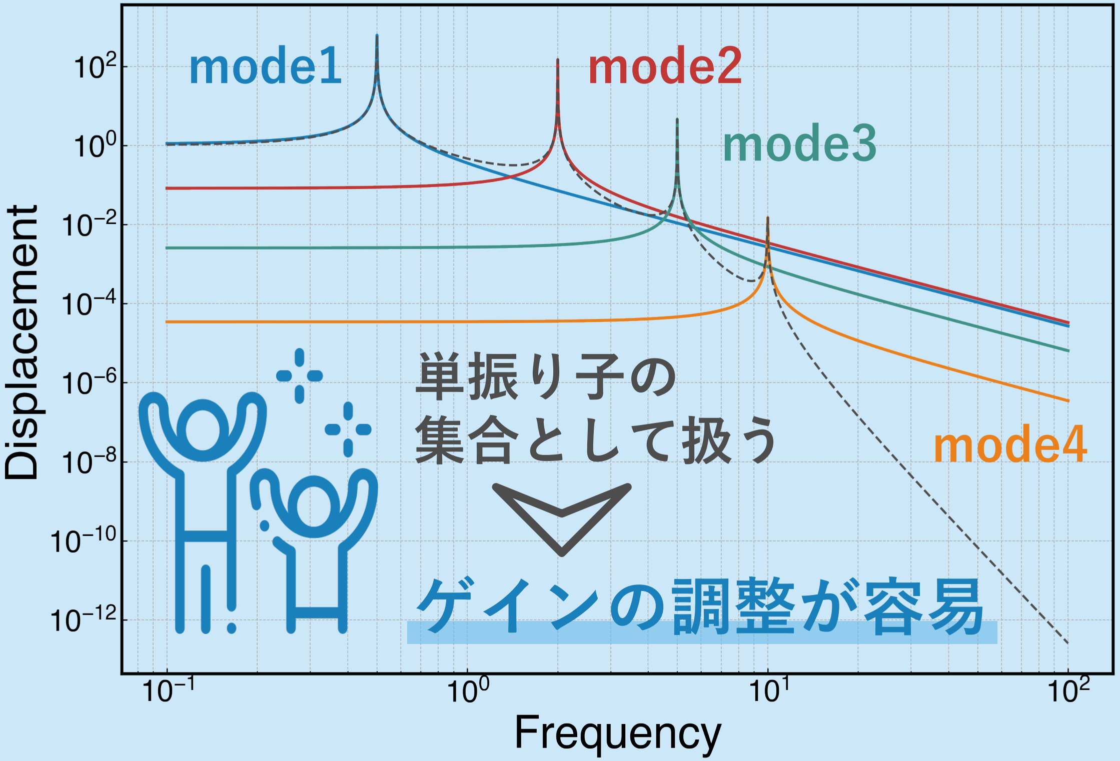
多段振り子：複数のモードが存在

≫ 複雑な系のため制御設計も複雑



モード制御を設計

：振動をモードに基づいて分解して制御



モード制御の実現に必要なことは？

モード制御の実現のためには
システムの**完全な状態**が必要
＝各段の位置や姿勢の情報全て

≫ 全ての段のセンサを用いてセンシング

センシングに伴って
センサノイズが混入する
＝ダンピング制御雑音が増大

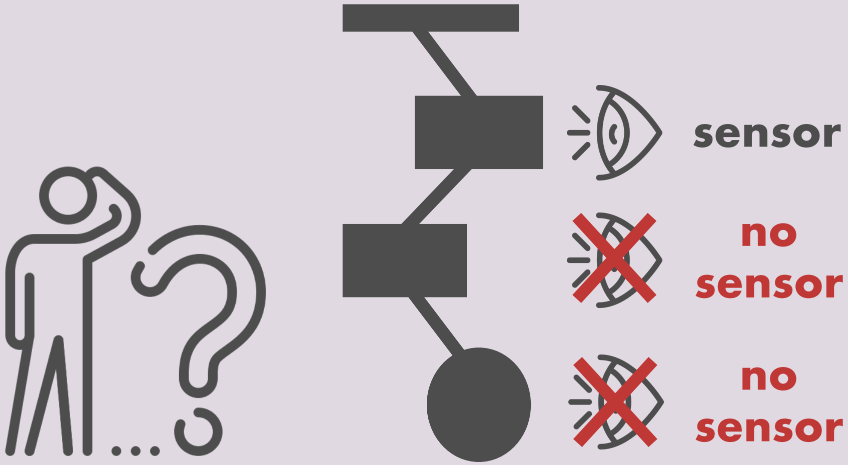
≫ センサによる測定をなるべく減らす

解決策
：**状態推定**を用いた制御設計
＝1段分の信号から位置や姿勢を推定し、その信号を用いて制御する

状態推定の概要

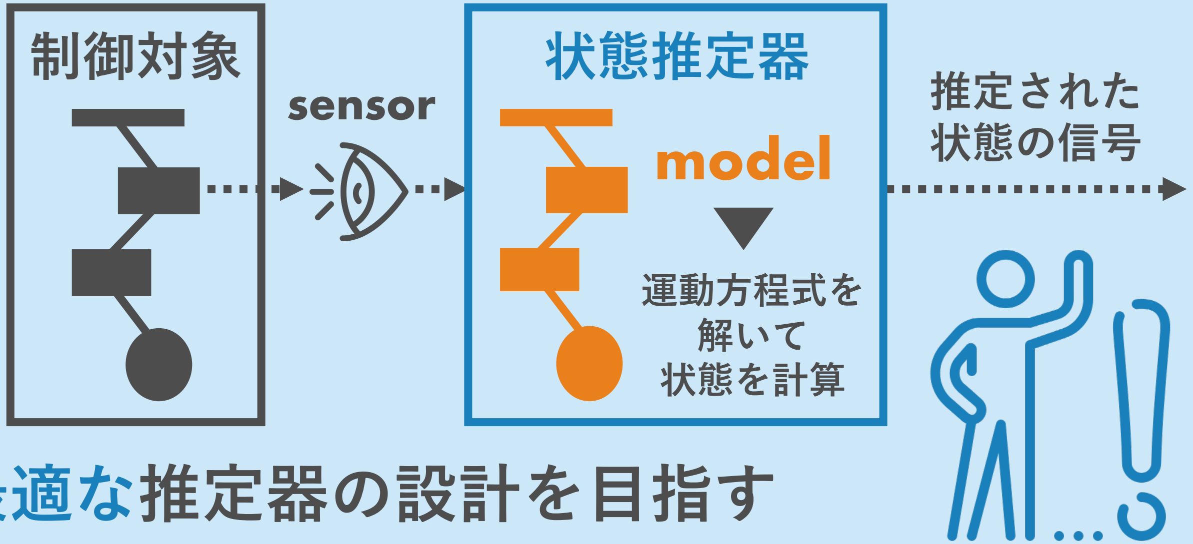
センサがない（使いたくない）と…

⋙ 制御対象の状態がわからない



状態推定

モデル（マスの質量やワイヤの剛性など）があれば
運動方程式を解くことで、
1段分の信号から他の段の動きを推定できる

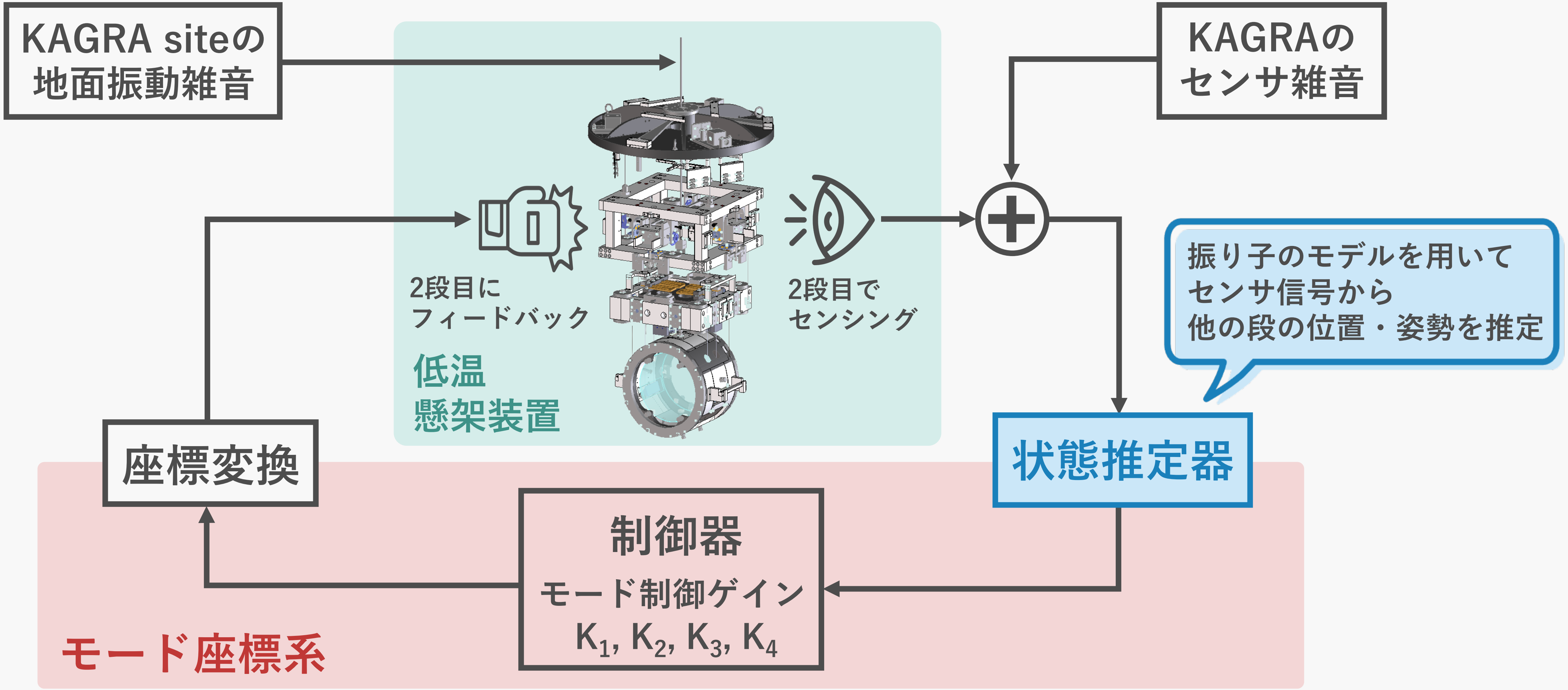


推定の誤差・センサ雑音の影響を最小にしたい

⋙ 2次形式の最適化問題を解いて推定器を設計

最適な推定器の設計を目指す

行ったシミュレーションの内容（ビーム軸方向のダンピング制御）

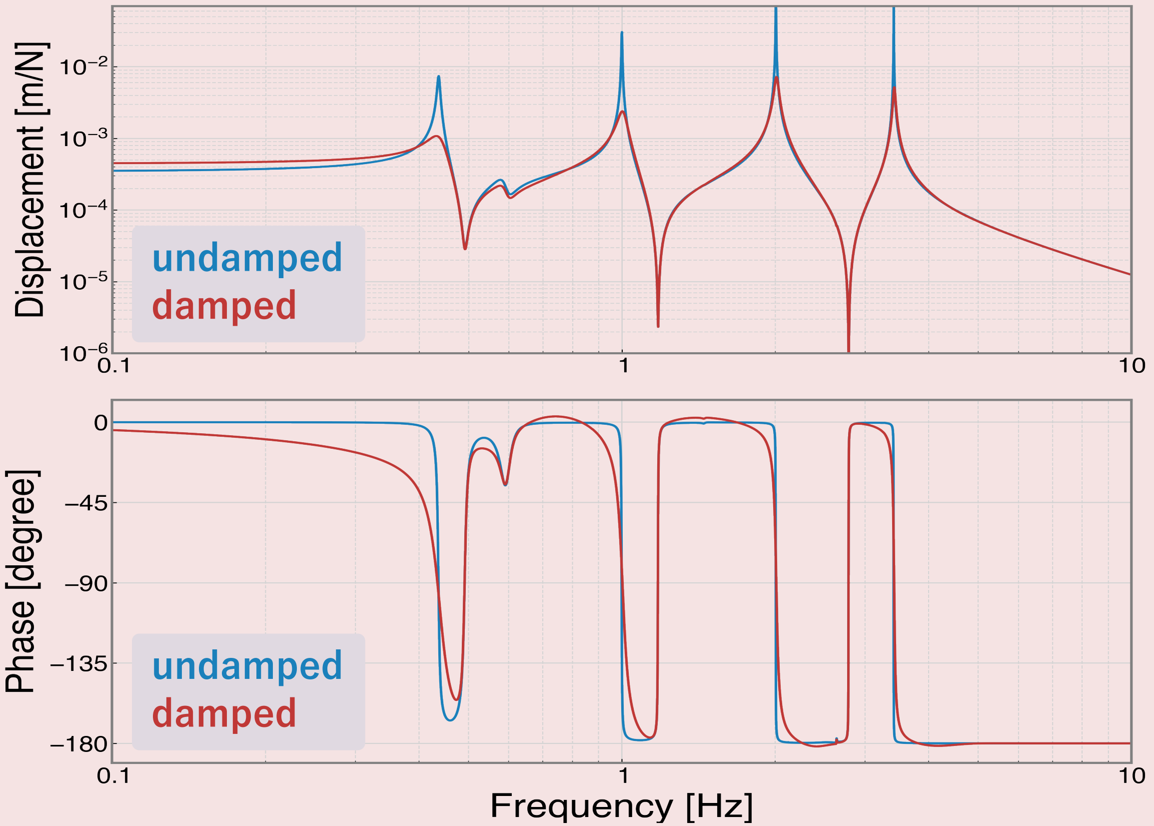


シミュレーションによるダンピング性能の評価

周波数応答

ピークが潰れている

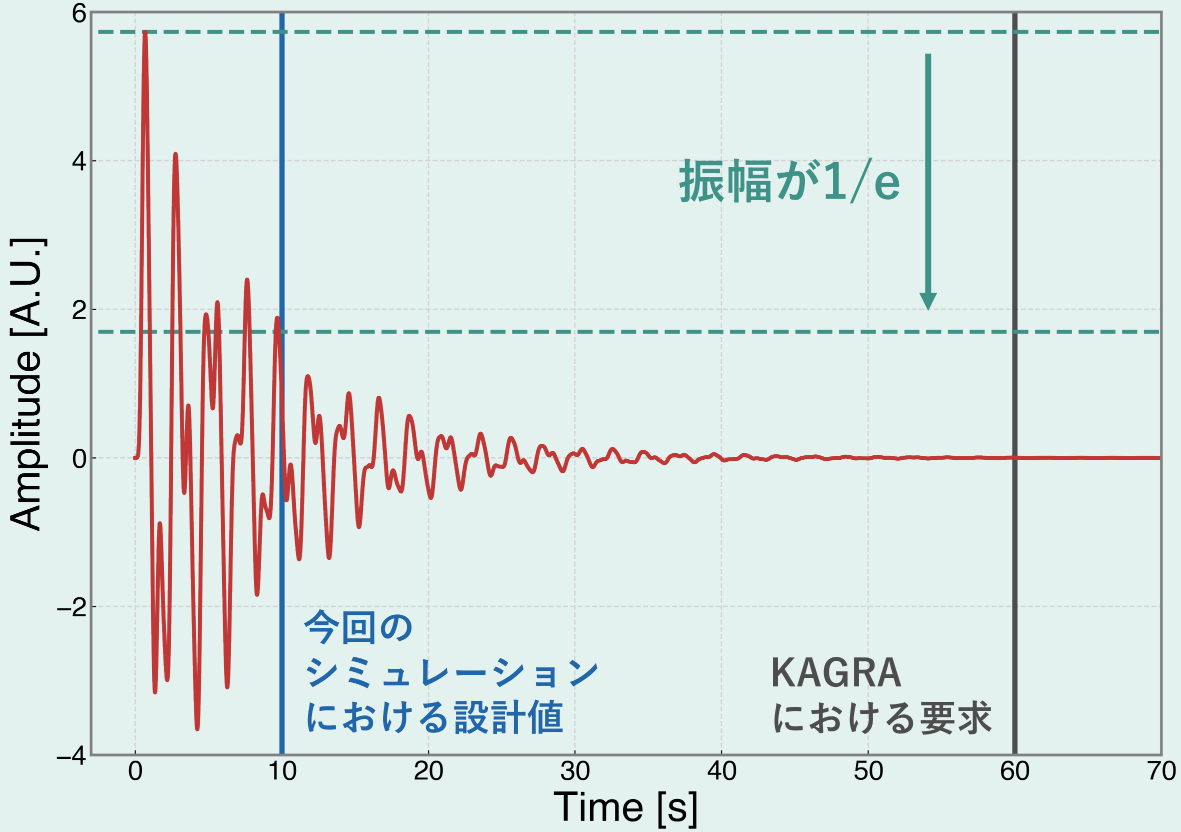
》共振での揺れを抑制できている



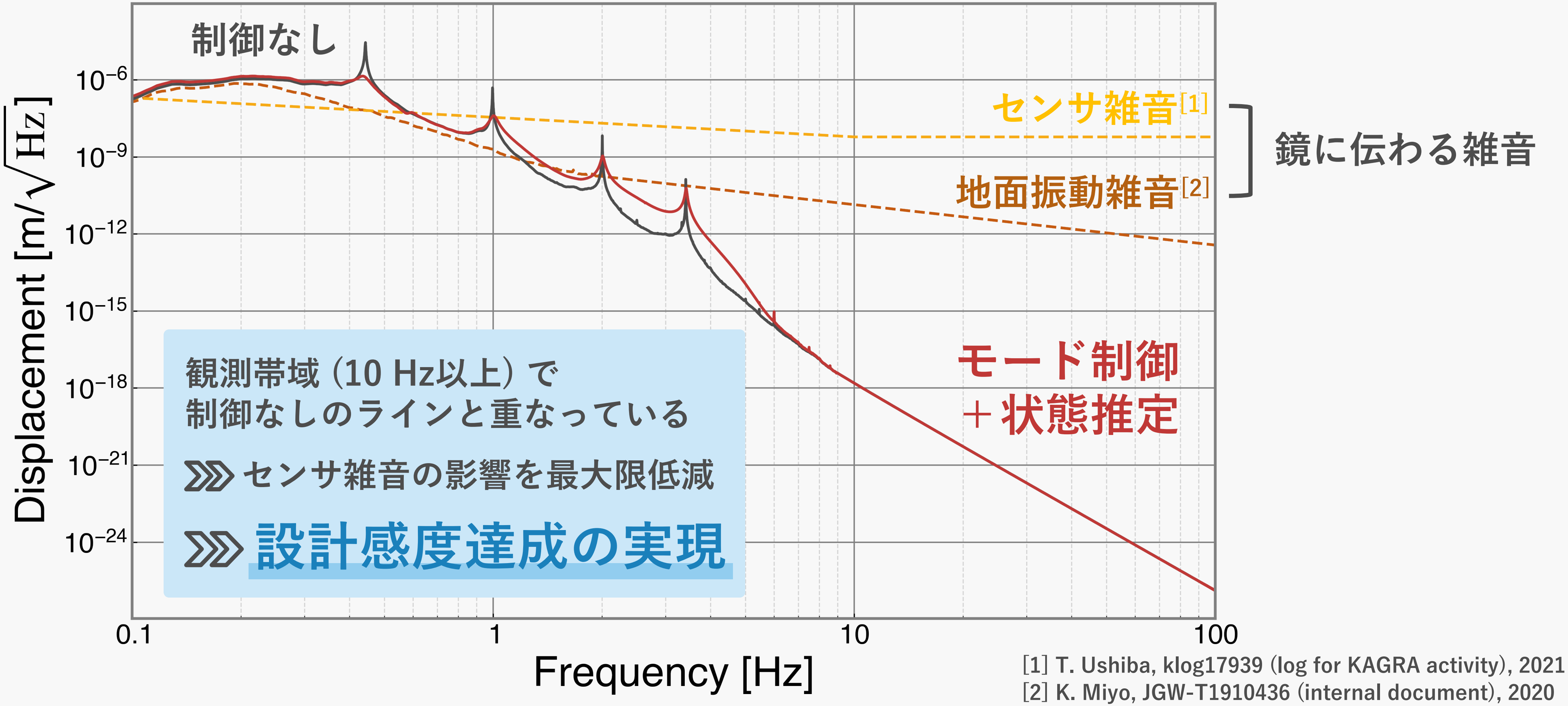
時間応答

1/e settling time = 10.2 s

》十分速く振動が減衰する



鏡に伝わる雑音を最大限低減可能



観測帯域（10 Hz以上）で
制御なしのラインと重なっている

≫ センサ雑音の影響を最大限低減

≫ **設計感度達成の実現**

[1] T. Ushiba, klog17939 (log for KAGRA activity), 2021
[2] K. Miyo, JGW-T1910436 (internal document), 2020

まとめと展望

まとめ

モード制御＋状態推定

によりダンピング制御に伴うセンサ雑音を

最大限低減可能

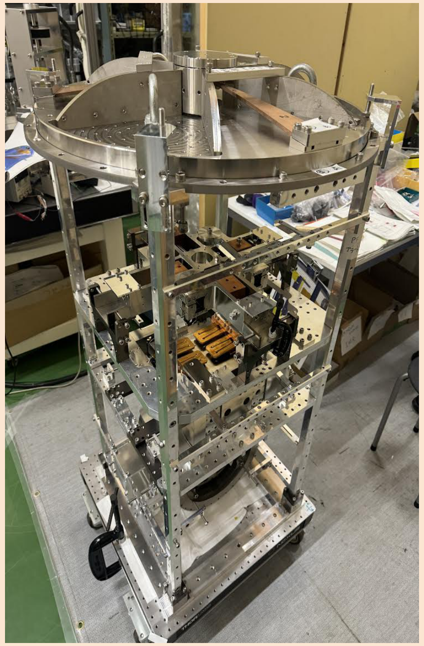
であることをシミュレーションで示した

≫ **低周波感度向上**につながる

・重い質量のブラックホールの物理など

展望

プロトタイプを用いた**実験**



- システム同定
  （伝達関数などの測定）
- モデリング
- モード制御の制御器を作成
- 性能試験

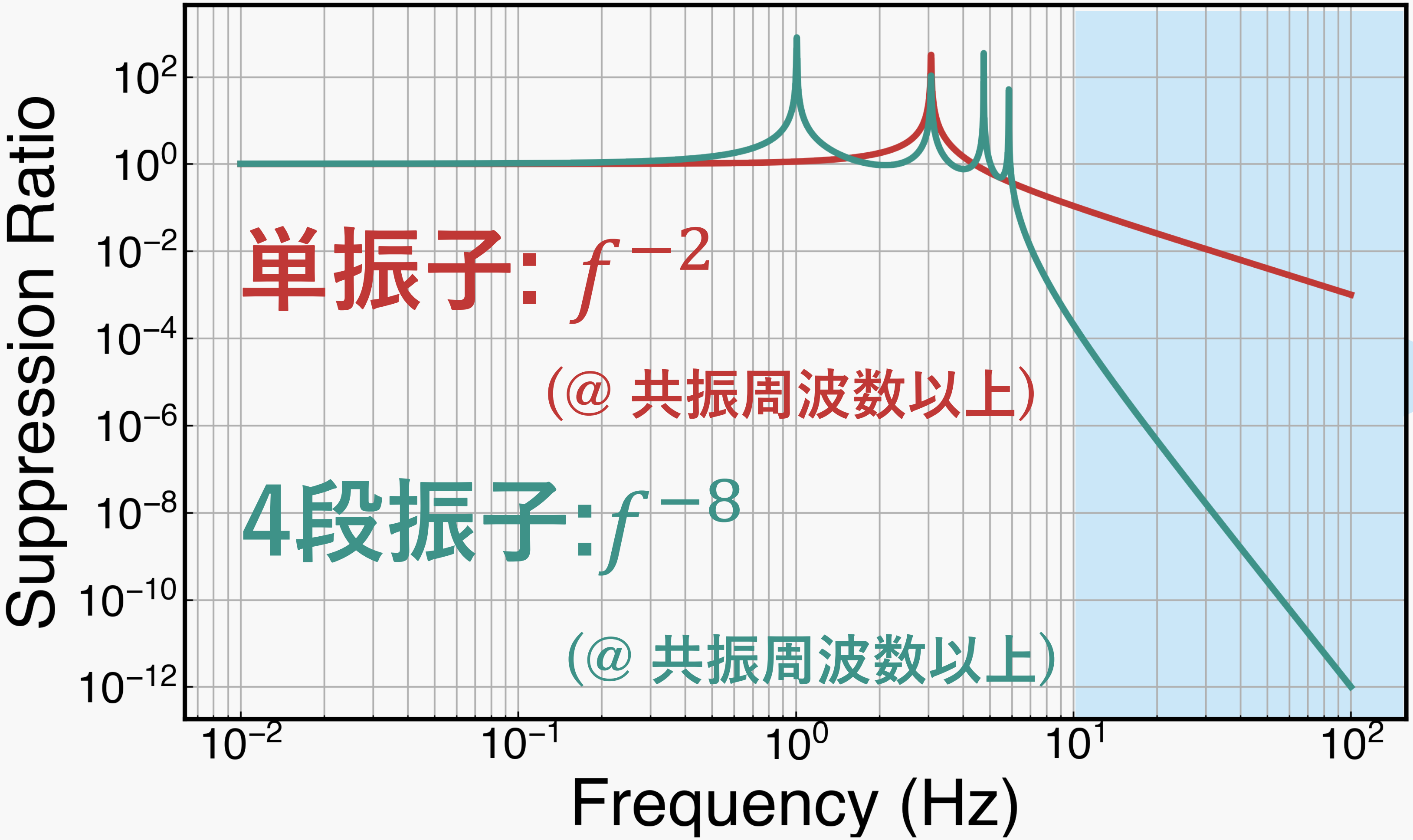
Thank you!!

and

Questions??

APPENDIX

多段振子による防振性能



$\propto f^{-2n}$

n: 段数

Appendix 02

制御雑音とは

- 環境雑音: システムの状態に影響を与える雑音 (地面振動雑音など)
- 測定雑音: 測定値と実際の差 (センシングの際に生じる)

共に制御器を介してシステムにフィードバックされる

制御雑音を減らす方法

最適な制御器 K を見つける

└→ total RMS 目標を達成しつつ、DARMにフィードバックされるノイズを最小化

≫ 制御雑音のRMS R_P とPSD S_P を最小化

K を大きくすれば環境雑音を抑えられる
小さくすれば測定雑音を抑えられる

→ トレードオフ

$$S_p = \left|\frac{P(f)}{1-G(f)}\right|^2 S_{\mathrm{env}} + \left|\frac{G(f)}{1-G(f)}\right|^2 S_{\mathrm{meas}}$$

$G(f) = K(f)P(f)$: 開ループ伝達関数

└→ 制御対象の伝達関数

S_{env}: 環境雑音のPSD / S_{meas}: 測定雑音のPSD

検出器感度の定量化について

ノイズスペクトル密度 $S_n(f)$ から重力波信号のSN比を計算

$$\langle \rho \rangle = \sqrt{4 \int_{f_{\mathrm{low}}}^{f_{\mathrm{high}}} \frac{|\tilde{h}(f)|^2}{S_n(f)} \mathrm{d}f}$$

（$\tilde{h}(f)$: 重力波波形・・・距離の情報を含む）

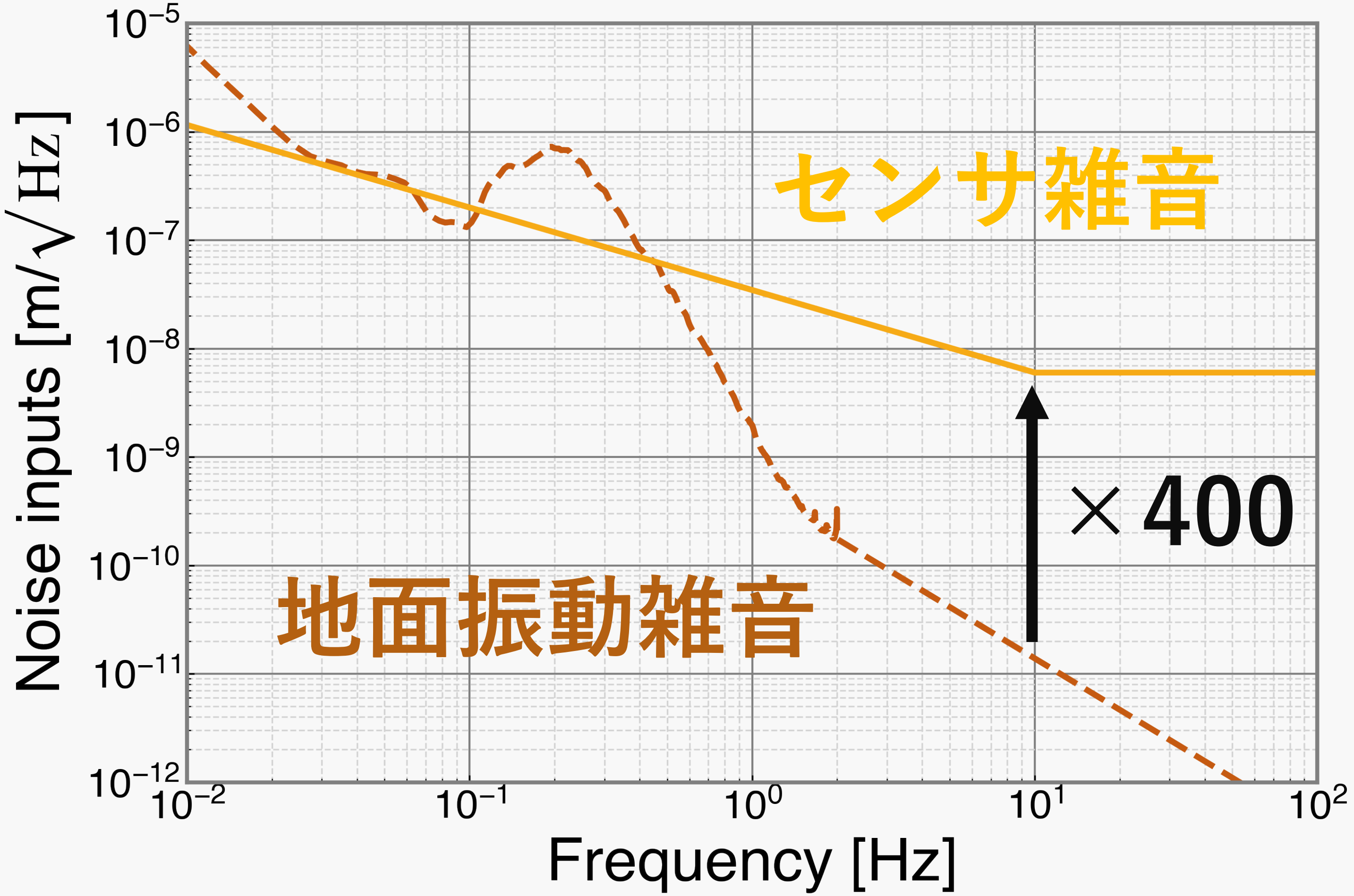
距離について解いて検出器レンジと波源のパラメータを結びつける

＊積分の上限周波数 f_{high} には最内接安定軌道（ISCO）の周波数 $f_{\mathrm{ISCO}} = \dfrac{c^3}{6\sqrt{6}\pi G M}$ を使うことが多い

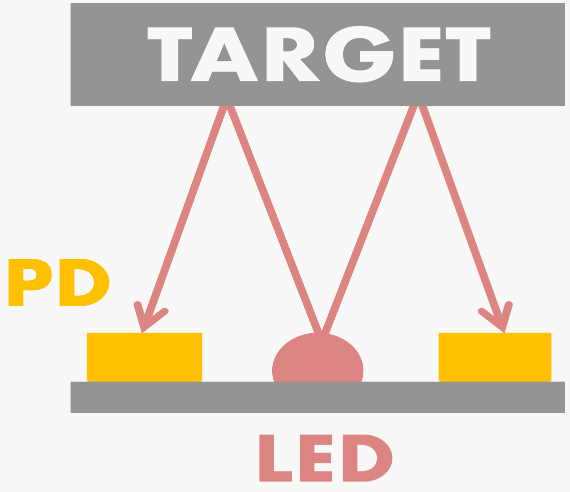
現在もっともよく使われる性能指標 – BNS range –

$1.4 M_\odot$ 同士の中性子星連星（Binary Neutron Star）の合体をSN比=8で観測できる距離（f_{Isco} = 1570 Hz）

低温懸架装置における**センサ雑音**(反射型フォトセンサ)

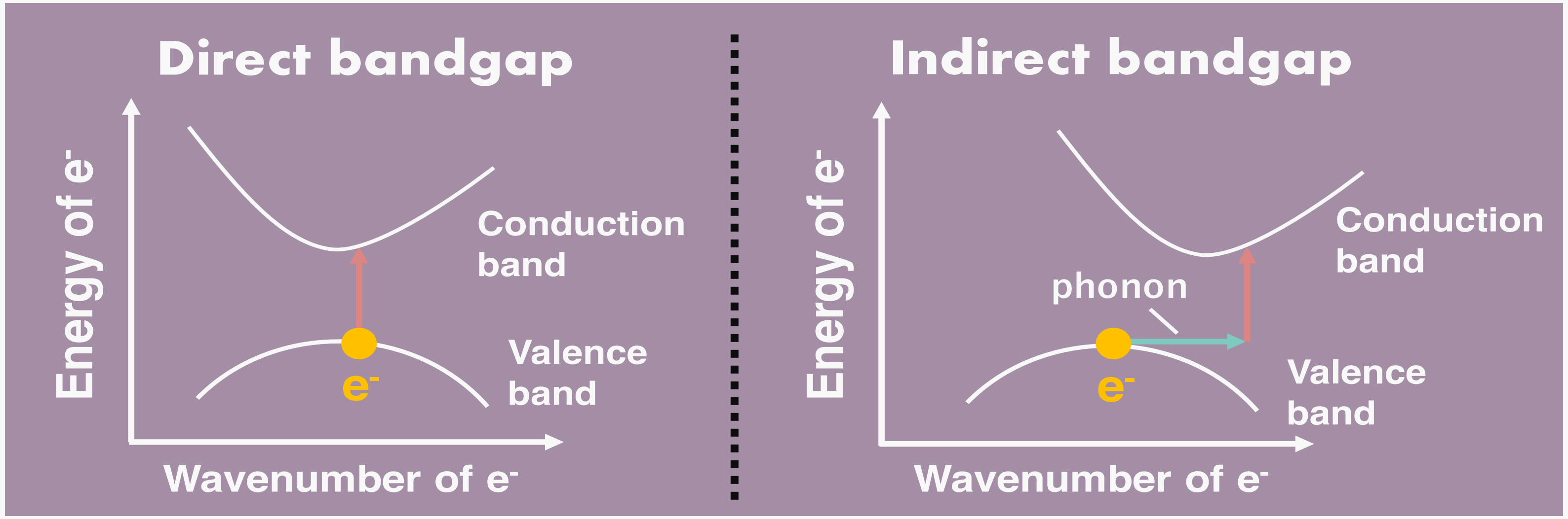


反射型フォトセンサとは



PD: InGaAs
LED: InGaAsP

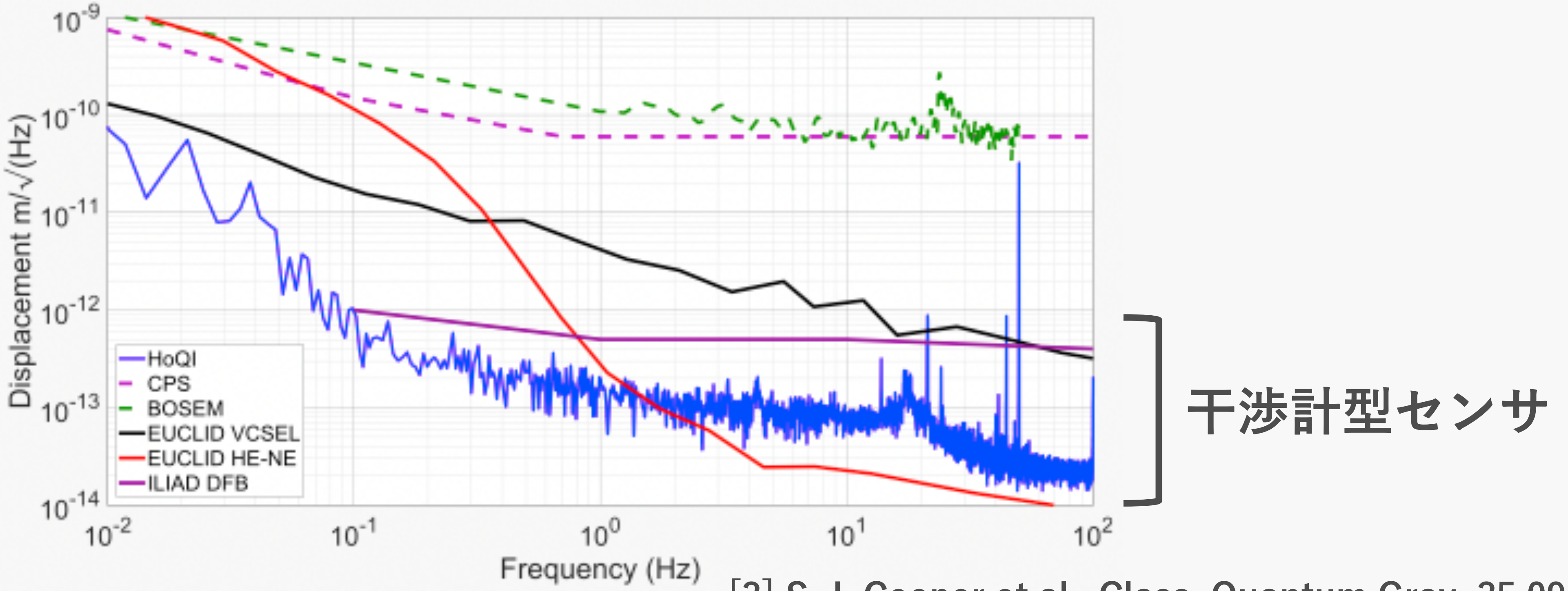
- 相対距離の変化を光量の変化としてモニタ
- 極低温での使用に耐えるため
  広い線形範囲 / 直接遷移型の素子



センサノイズの低減によるアプローチ

ノイズの小さな干渉計タイプのセンサを開発

変位センサのノイズレベルの比較 [3]



[3] S. J. Cooper et.al., Class. Quantum Grav. 35 095007

モード分解の計算方法

$$\begin{cases} \boldsymbol{M}\ddot{\vec{x}} + \boldsymbol{K}\vec{x} = \vec{F} \\ \vec{x} = \boldsymbol{\Phi}\vec{q} \end{cases} \ggg \boldsymbol{M}_{\mathrm{m}}\ddot{\vec{q}} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{m}}\vec{q} = \vec{F}_{\mathrm{m}}$$

$\vec{x}$: 各段の変位ベクトル　$\vec{q}$: モード座標系における変位ベクトル　$\vec{F}$: 制御力のベクトル

$\boldsymbol{M}$: 質量行列　$\boldsymbol{K}$: 剛性行列　$\boldsymbol{\Phi}$: $\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{K}$の固有ベクトル　* mはモード基底での行列を表す

$\boldsymbol{M}$ と $\boldsymbol{K}$ は実対称行列（それぞれ正定値、反正定値行列）

⋙ 異なる固有値に対する固有ベクトルは互いに直交

⋙ $\boldsymbol{\Phi}$を新しい基底（モード基底）に選ぶ

状態空間方程式について

$$\begin{cases} \dot{\vec{x}} = A\vec{x} + B\vec{u} \\ \vec{y} = C\vec{x} + D\vec{u} \end{cases}$$

（行列を用いて
多元高階の微分方程式を1階微分方程式で表現）

状態変数（マスの位置など）を定義して入力 → 状態 → 出力の関係を記述

状態推定器の場合（$D = 0$とする）

$$\begin{cases} \dot{\hat{\vec{x}}} = A\hat{\vec{x}} + B\vec{u} \\ \hat{\vec{y}} = C\hat{\vec{x}} \end{cases}$$

（制御対象 $\begin{cases} \dot{x} = A\vec{x} + B\vec{u} \\ y = C\vec{x} \end{cases}$）

同じダイナミクス

▶

出力の誤差
$\hat{\vec{y}} - \vec{y}$
を考える

状態推定を用いたモード制御の実現

＝1段分の信号から位置や姿勢を推定し、その信号を用いて制御

推定器のダイナミクス

推定誤差

$$\dot{\hat{\vec{q}}} = \boldsymbol{A}_m \hat{\vec{q}} + \boldsymbol{B}_m \vec{u} - \boldsymbol{L}_m (\hat{\vec{y}} - \vec{y})$$

制御入力 $\vec{u}$ と
センサ信号 $\vec{y}$ から
モード信号 $\hat{\vec{q}}$ を推定

▶

推定器の出力 $\hat{\vec{y}}$ と
センサ信号 $\vec{y}$ の
誤差を考える

LQR法によるオブザーバゲイン行列 $\boldsymbol{L}_m$ の設計

$$\begin{cases} J = \int_0^\infty \left(\begin{bmatrix} \tilde{\vec{q}}^T & \dot{\tilde{\vec{q}}}^T \end{bmatrix} \boldsymbol{Q} \begin{bmatrix} \tilde{\vec{q}} \\ \dot{\tilde{\vec{q}}} \end{bmatrix} + \vec{z}_m{}^T \boldsymbol{R} \vec{z}_m \right) \mathrm{d}t \\ \boldsymbol{L}_m = \mathrm{argmin}(J) \end{cases}$$

$\boldsymbol{Q}$: 状態推定の
正確性を重み付け

$\boldsymbol{R}$: センサ雑音を
重み付け

▶

推定誤差・センサ雑音の
両方が小さくなるように
2次形式の最適化問題を
解いて推定器を設計

コスト関数についての補足

$$\begin{bmatrix}\dot{\hat{\vec{q}}}\\ \ddot{\hat{\vec{q}}}\end{bmatrix} = \boldsymbol{A}_m\begin{bmatrix}\hat{\vec{q}}\\ \dot{\hat{\vec{q}}}\end{bmatrix} + \boldsymbol{B}_m\vec{u} - \boldsymbol{L}_m\left(\boldsymbol{C}_m\begin{bmatrix}\hat{\vec{q}}\\ \dot{\hat{\vec{q}}}\end{bmatrix} - \vec{y}\right)$$

コレとコレ!!

$$\begin{cases} \boldsymbol{J} = \displaystyle\int_0^\infty\left(\begin{bmatrix}\tilde{\vec{q}}^T & \dot{\tilde{\vec{q}}}^T\end{bmatrix}\boldsymbol{Q}\begin{bmatrix}\tilde{\vec{q}}\\ \dot{\tilde{\vec{q}}}\end{bmatrix} + \vec{z}_m{}^T\boldsymbol{R}\vec{z}_m\right)dt \\ \boldsymbol{L}_m = \mathbf{argmin}(\boldsymbol{J}) \end{cases}$$

$\boldsymbol{Q}$: 状態推定の正確性を重み付けする行列

- 対角成分に各モードの振動の振幅 $\dfrac{1}{2\pi f_i M_{m,ii}}$ の2乗を配置（f_iはi番目のモード周波数）
- 最も大きな応答を持つモードを効率的に減衰

$\boldsymbol{R}$: センサ雑音を重み付けする行列

- テストマスの振動減衰時間 T_{decay} とテストマスに対するセンサ雑音の寄与 N_{sensor} について以下を計算

$$\begin{cases} J_{\boldsymbol{R}}(\boldsymbol{R}) = \max\left(T_{\mathrm{decay}}{}^2\right) + \max\left(N_{\mathrm{sensor}}{}^2\right) \\ \boldsymbol{R} = \operatorname{argmin}(J_{\boldsymbol{R}}) \end{cases}$$

モード制御＋状態推定のまとめ

モード制御

多段振り子の振動を分解して
単振り子の集合として扱う

- 制御対象の単純化
- 最適な制御設計を容易に

状態推定

モード制御に必要な
各段の位置や姿勢を推定

- その情報を用いて制御器を設計