

# KAGRAの 低温懸架装置に対する 制御雑音の低減

---

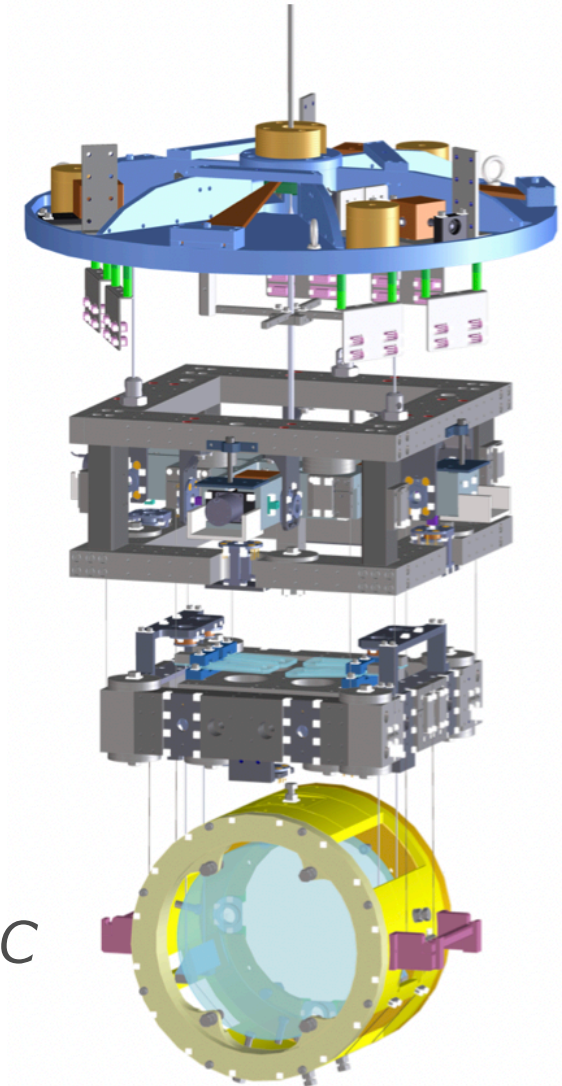


玉木 諒秀

牛場 崇文<sup>A</sup> 譲原 浩貴<sup>A</sup>  
都丸 隆行<sup>B</sup> 高橋 竜太郎<sup>B</sup> 三代木 伸二<sup>A</sup>  
KAGRA Collaboration<sup>C</sup>

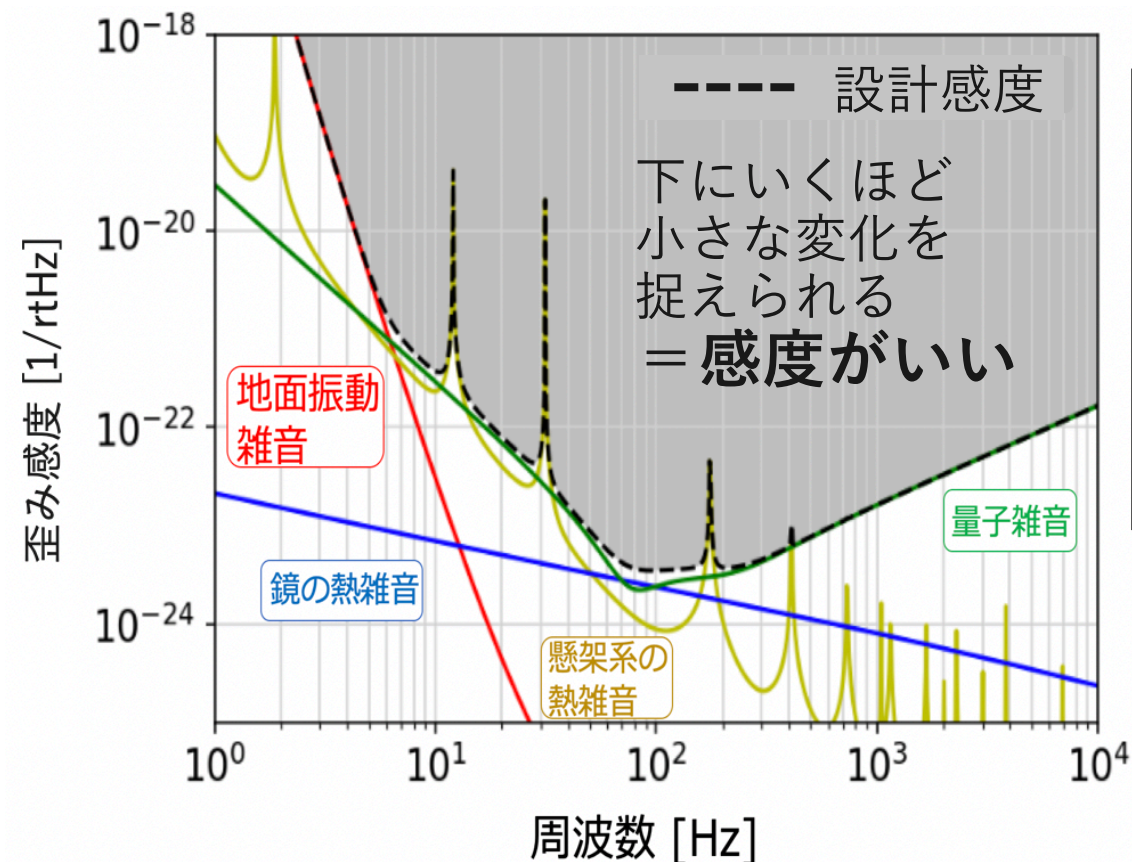
東大理 ICRR<sup>A</sup> NAOJ<sup>B</sup> KAGRA Collaboration<sup>C</sup>

日本物理学会2023年春季大会@オンライン 2023年3月22日



## KAGRA：レーザー干渉計型重力波検出器

感度向上のため**低温**の防振**懸架装置**でサファイア鏡を吊るす



### 振り子型の防振懸架装置

10 Hz以下の低周波で検出器の感度を制限する  
**地面振動雑音**の影響を抑える

→ 地面の微小な振動に由来する

cf. 他の主要な雑音源

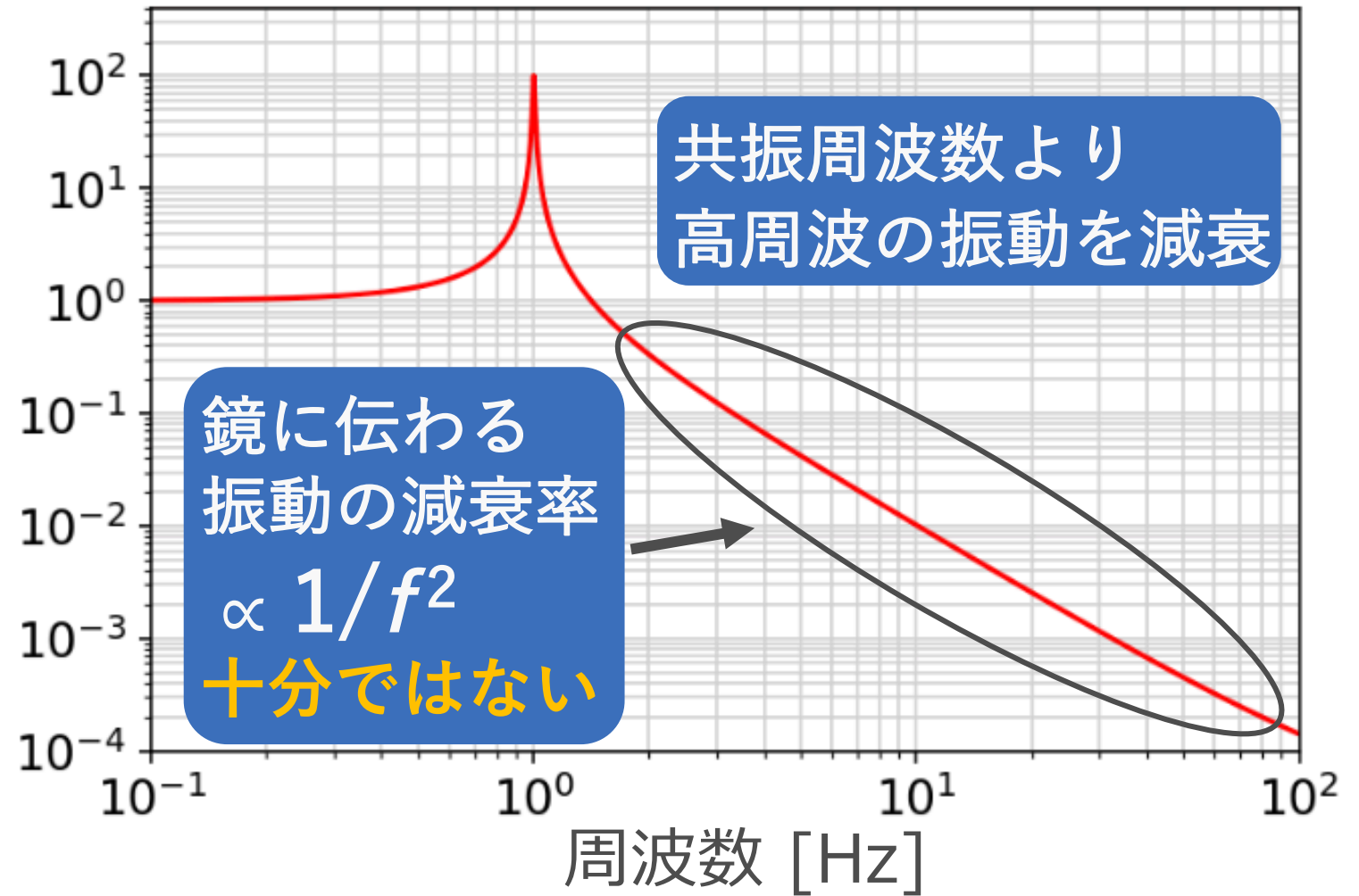
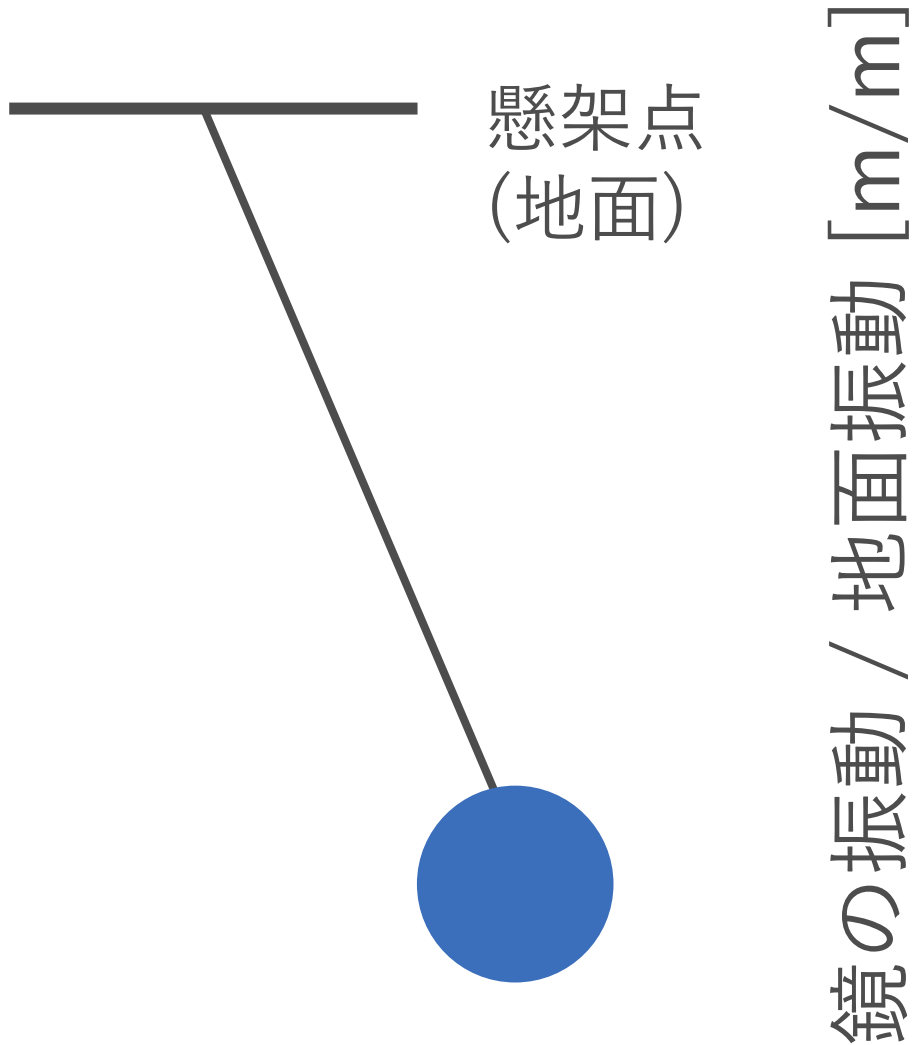
熱雑音：鏡を構成する原子の熱振動

量子雑音：レーザー光の量子力学的な揺らぎ



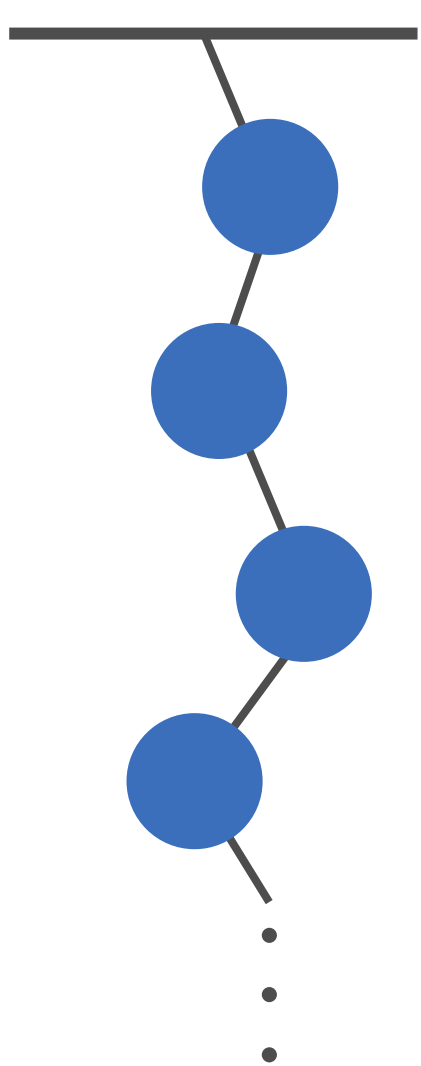
# 単振り子による防振

2



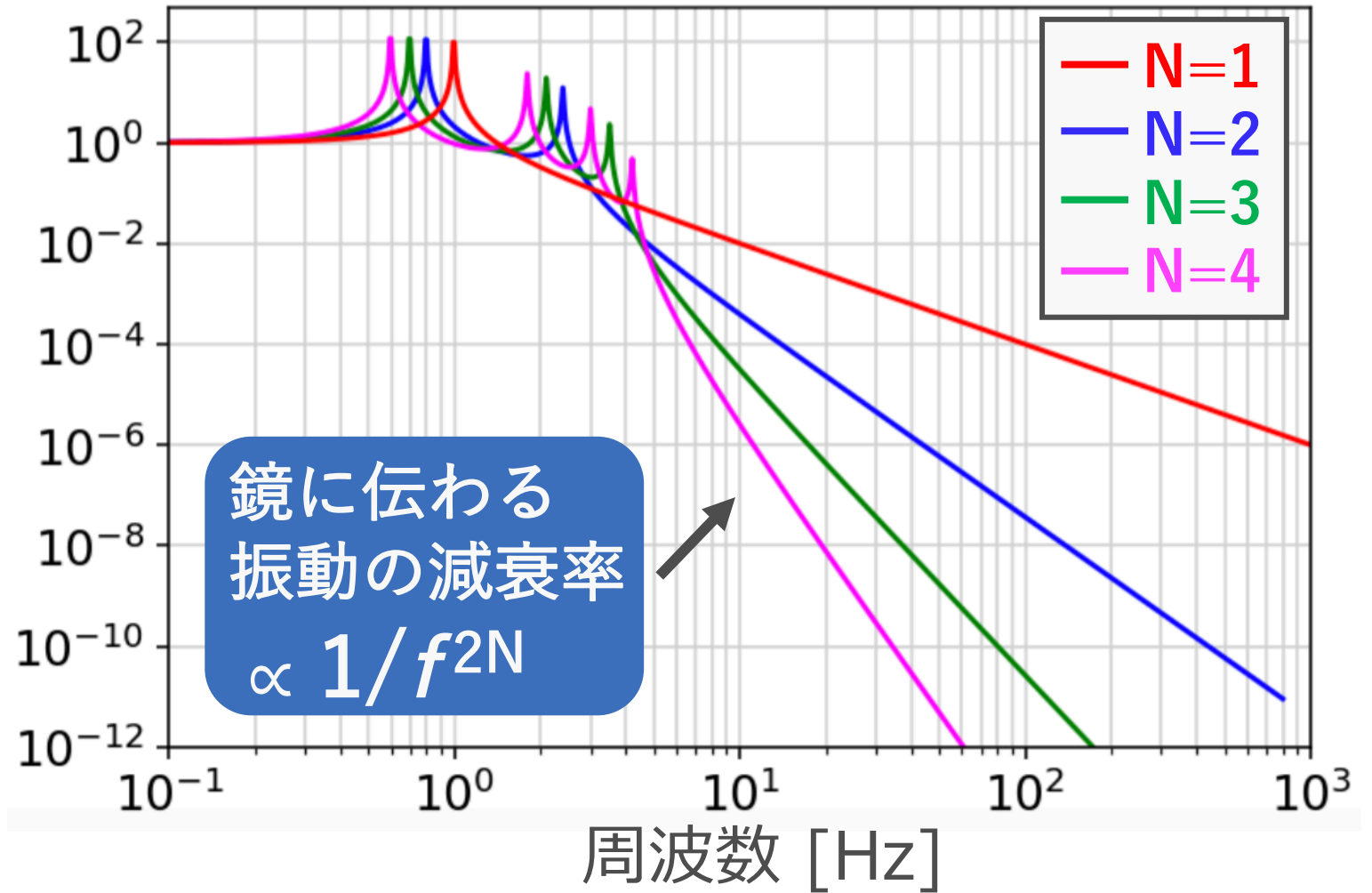
# 多段振り子による防振

3



懸架点  
(地面)

鏡の振動 / 地面振動 [m/m]

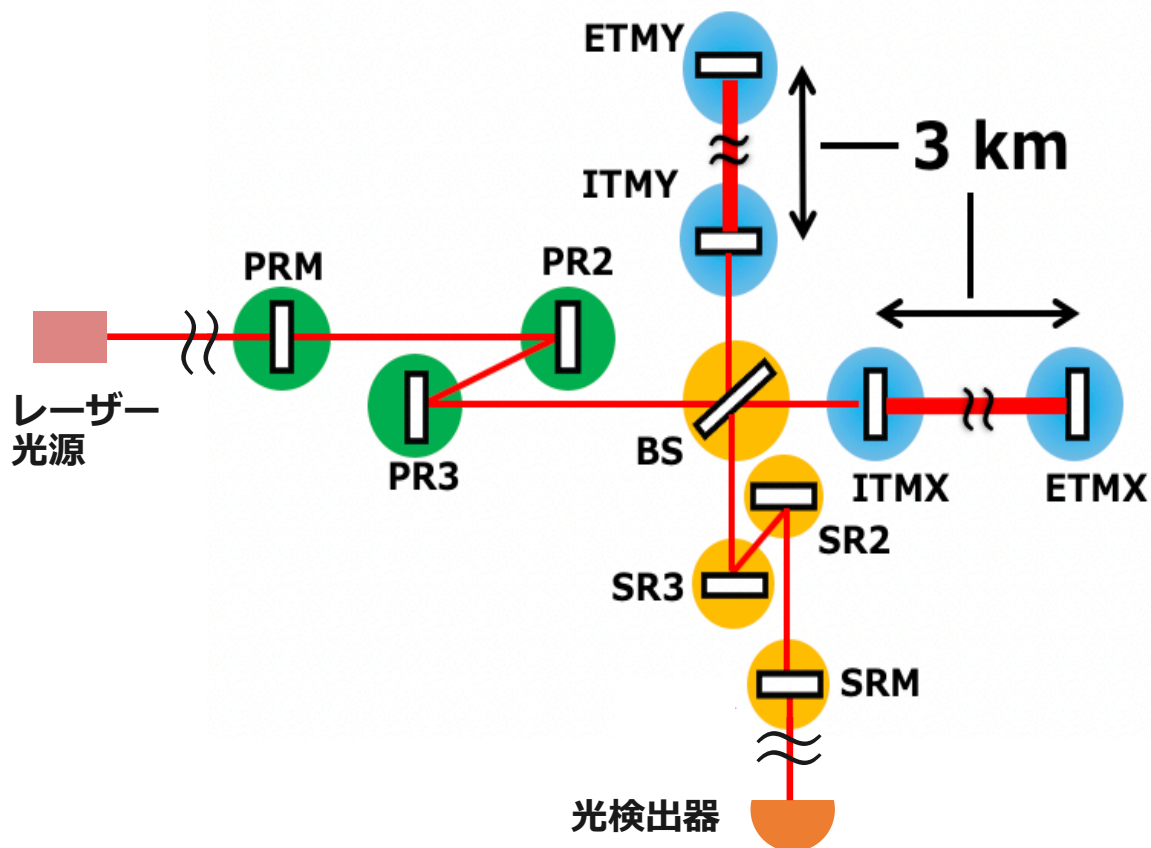


# Type-A suspension

4

## サファイア鏡を吊るす懸架装置全体

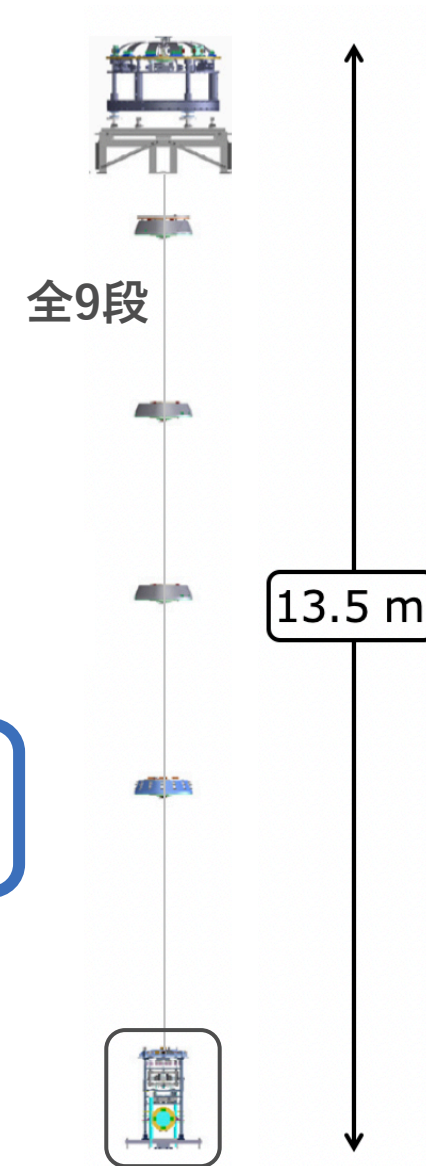
・・・ Type-A suspension



Type-A suspension

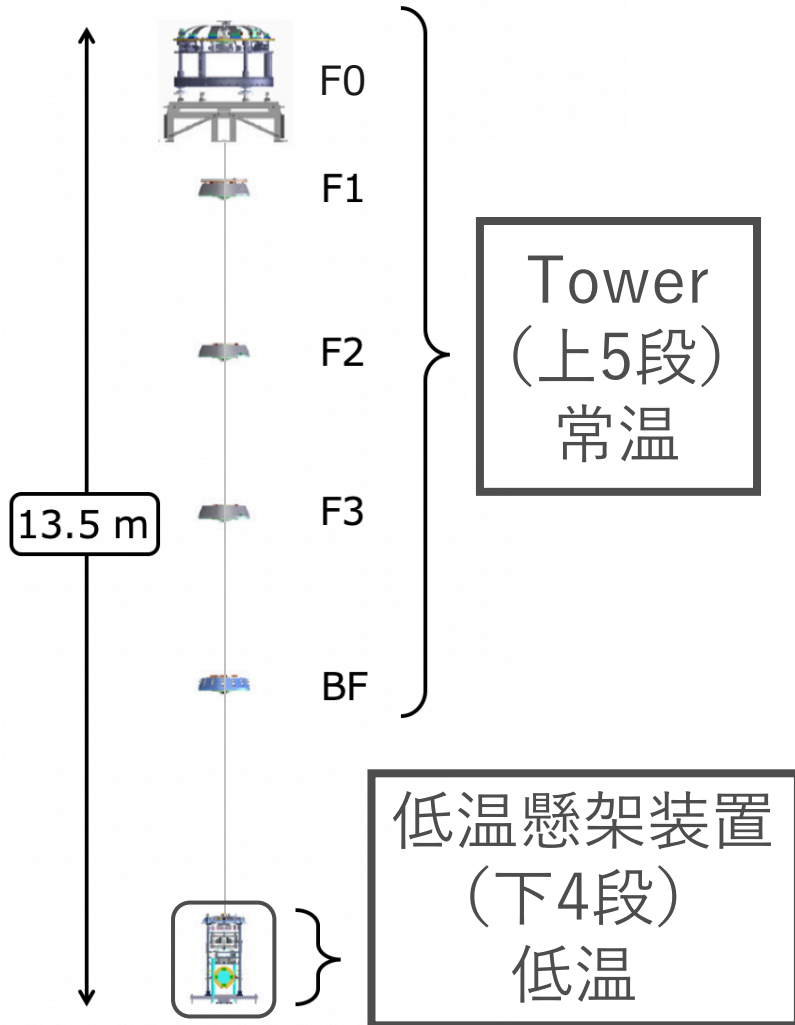
Type-B suspension

Type-Bp suspension





## Type-A suspension



## 低温懸架装置

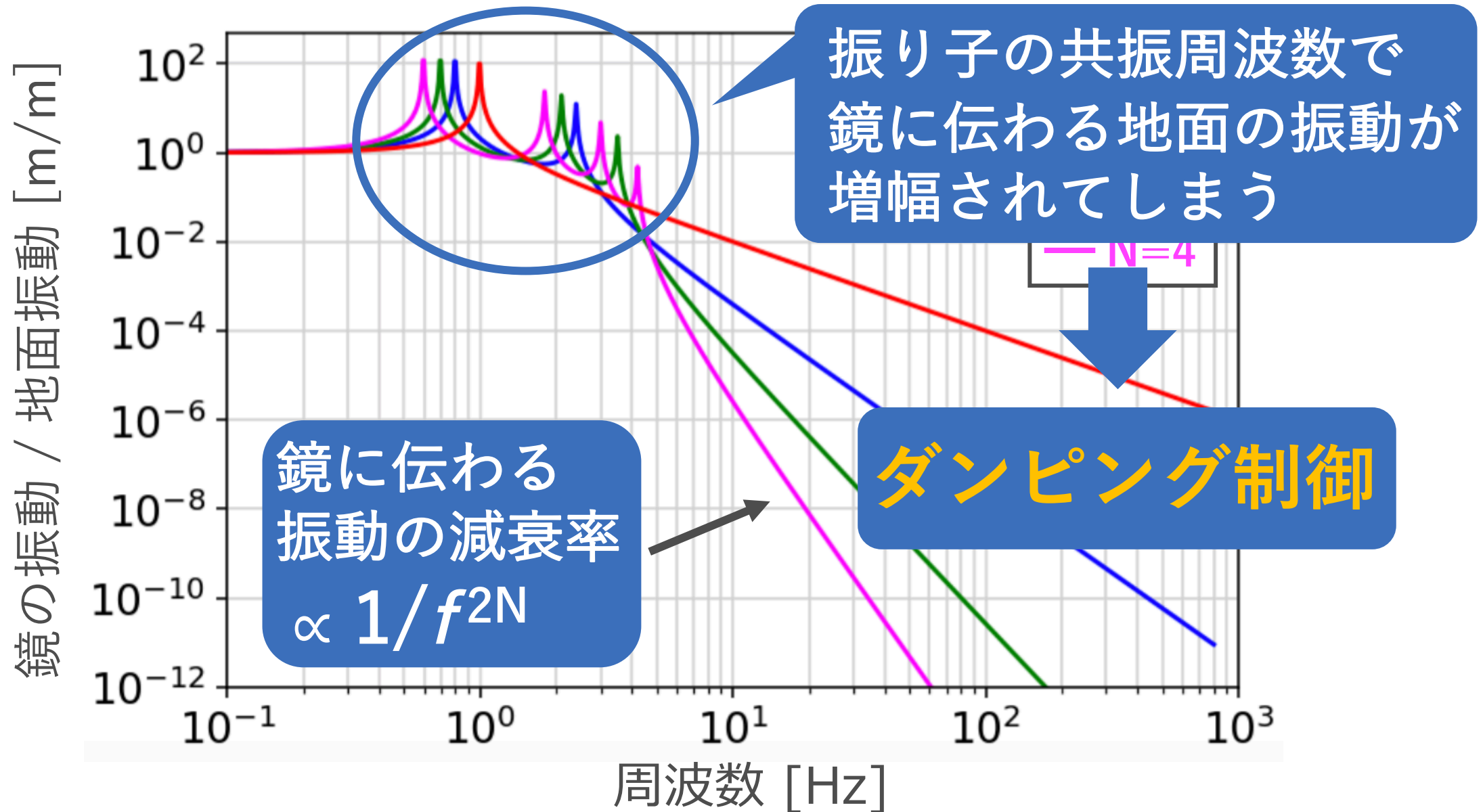
プラットフォーム(PF)

マリオネット (MN)

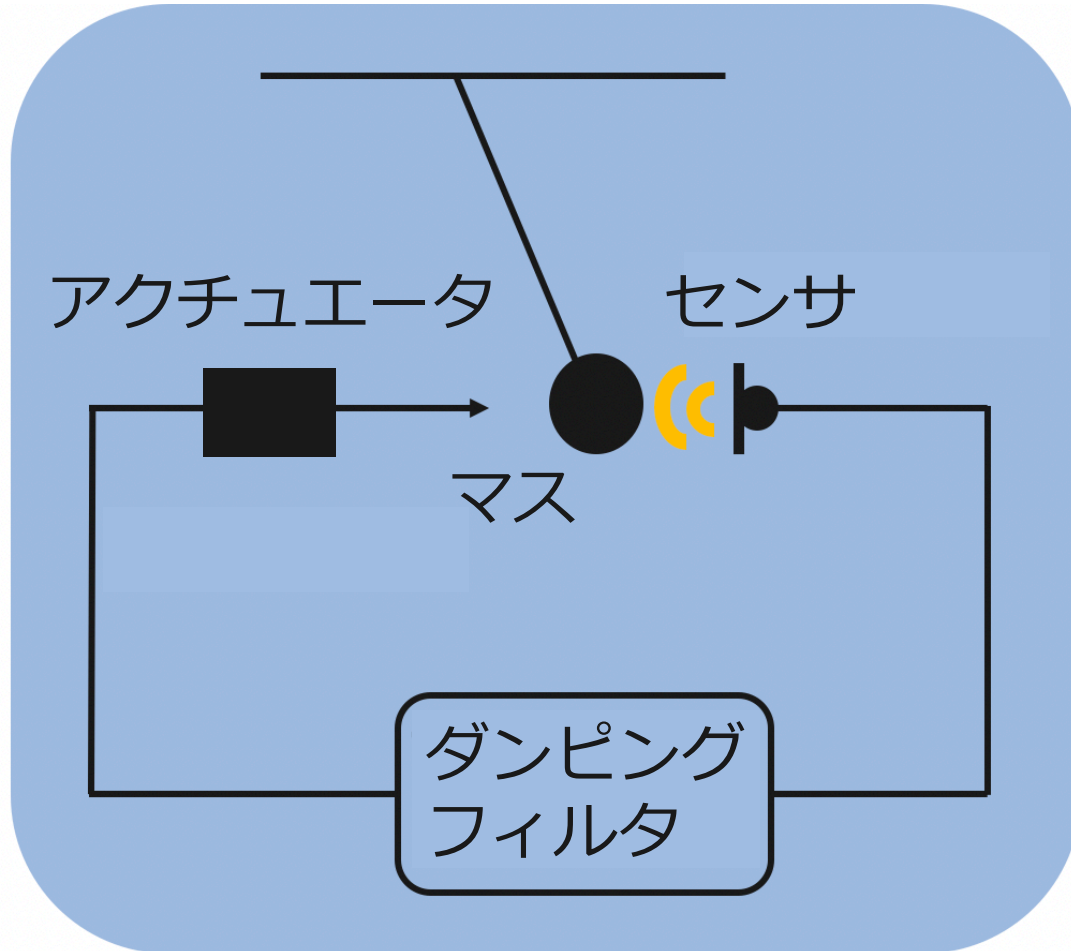
中間マス (IM)

テストマス (TM)

Akutsu T *et al.*,  
Class. Quantum Grav. 36 165008



## ダンピング制御・・・フィードバック制御



懸架装置に外乱が加わる



懸架装置の動きをセンサによって局所的に検知

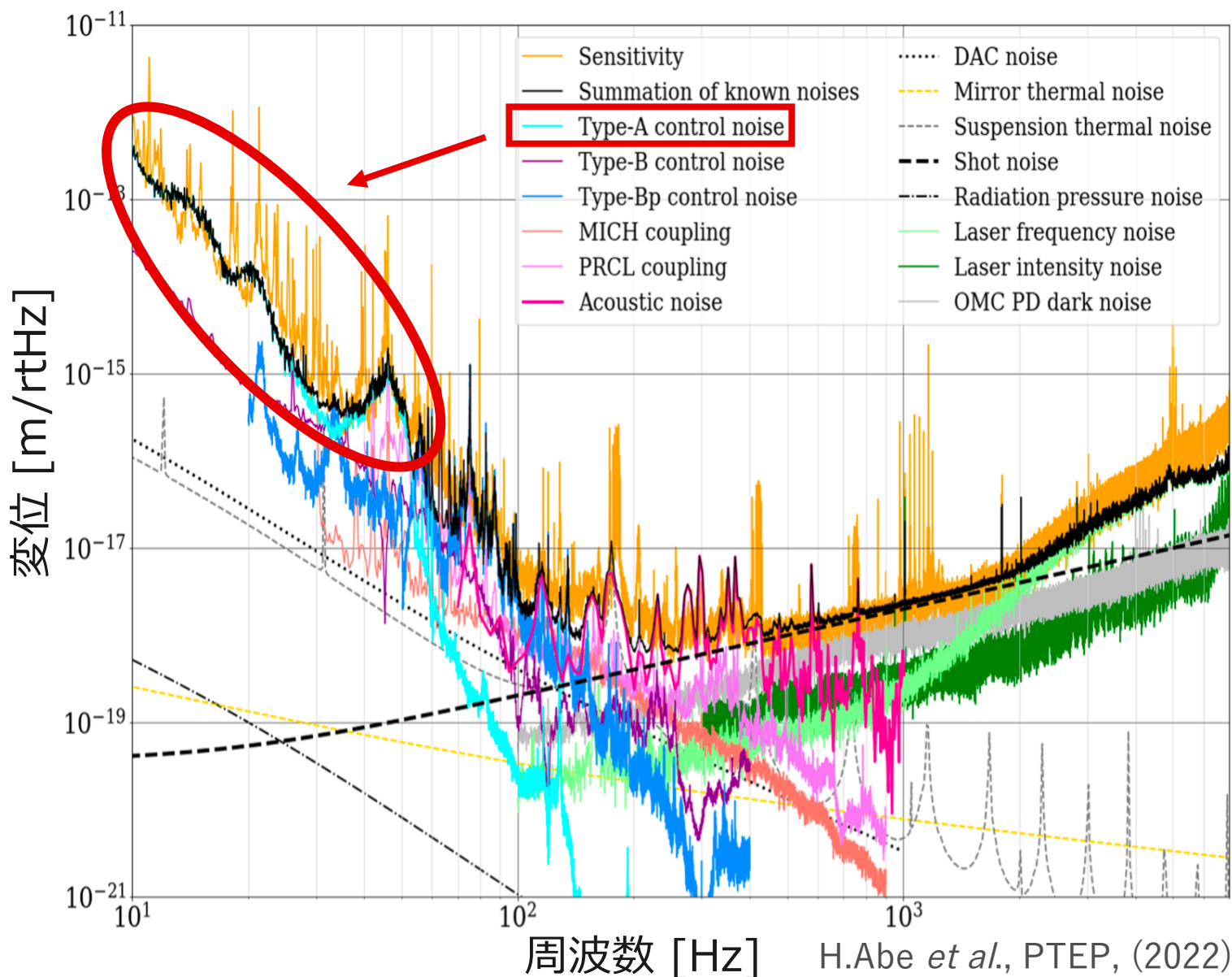


フィルタを通してアクチュエータに信号を送る



速度に比例した力をマスに加え  
外乱による揺れを抑える





振り子型の低温懸架装置

→ 位置や姿勢を制御して外乱の影響を抑える必要がある  
(10 Hz以下の低周波)

→ 外乱の影響を抑圧するほど  
センサノイズなどが混入し、  
鏡を揺らしてしまう  
(10 Hz以上の観測帯域)  
= 制御雑音

## 問題点

前回の観測では低温懸架装置の  
制御系由来の雑音が  
10~50 Hz付近の感度を制限  
(左図の赤丸で囲まれた箇所)

**解決策**：干渉計の状態\*によって制御を切り替える

\* 干渉計を観測準備状態から観測状態に移行するまでに、いくつかの段階を経る必要がある

## 観測準備段階

鏡の位置や姿勢を制御して  
共振器を素早くロックし、  
観測可能な状態を作りたい



**Priority: 外乱の抑圧**

前回はこの制御のまま  
観測が行われた

→ 制御雑音が感度を制限  
(前ページ)



**制御を  
切り替える**

## 観測段階

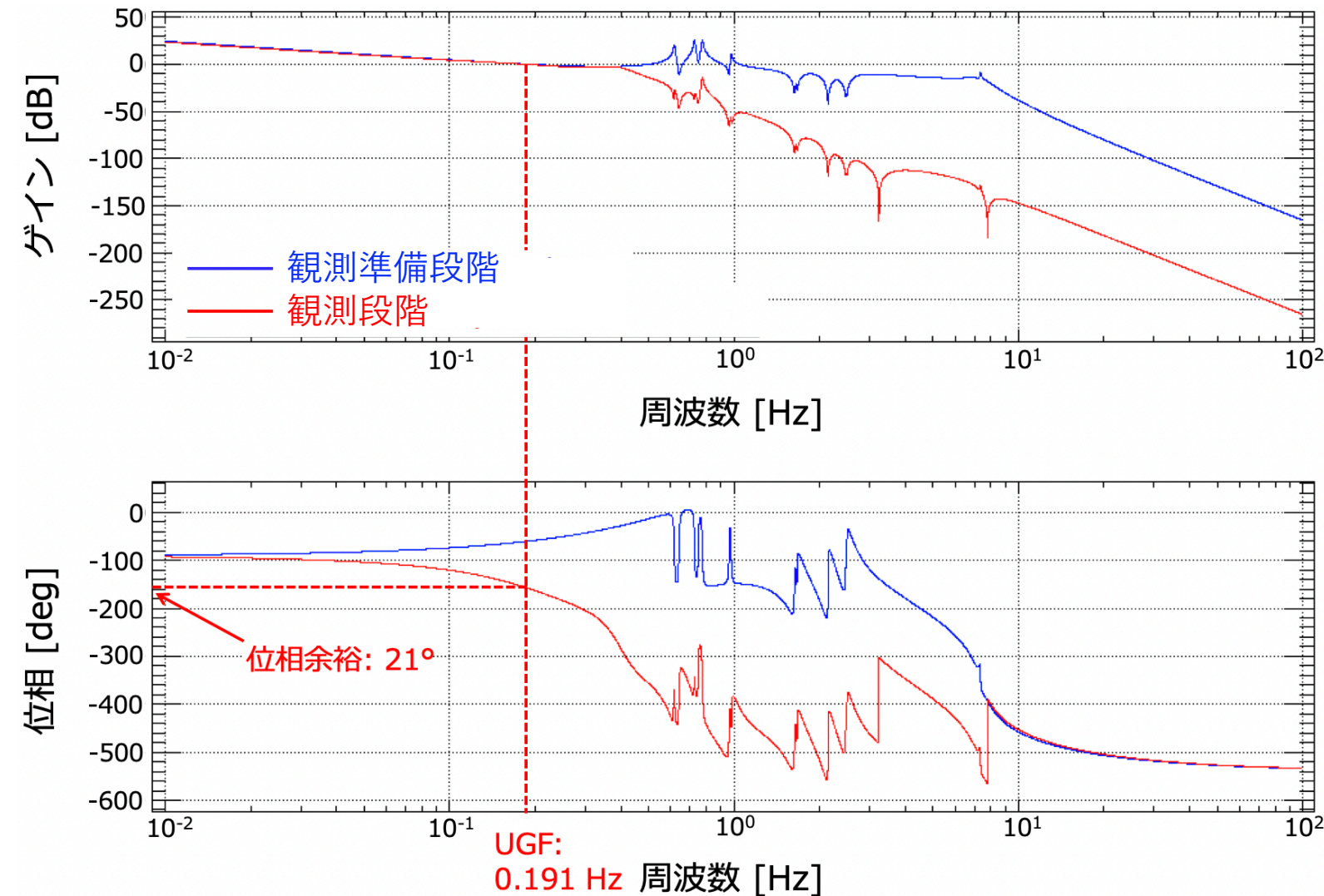
安定かつ雑音が少ない状態で  
長時間観測を行いたい



**Priority: 制御雑音の低減**

最低限の振動抑制を行いつつ  
制御雑音をなるべく生まない  
制御を新しく設計し、  
デジタル制御フィルタ  
(Observationフィルタ)を作成

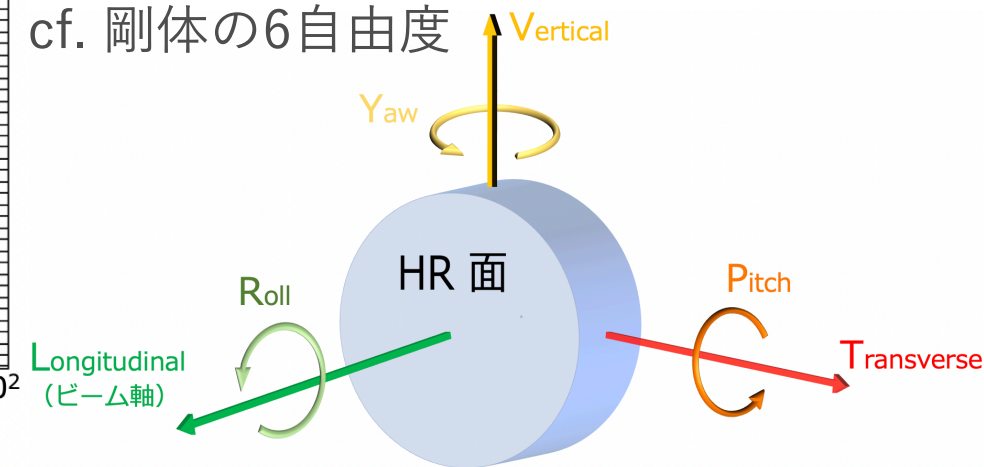
## 例) ITMX MN Pitch 開ループ伝達関数



楕円ローパスフィルタにより  
従来よりも低周波から  
ゲインを落とす

ETMX以外の  
低温懸架装置に対して  
同様の制御を実装した

cf. 剛体の6自由度





# 制御雑音の測定方法 (FPMI)

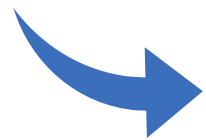
11

1. FPMI (Fabry-Perot Michelson干渉計)  
をロック



Michelson干渉計の腕に  
Fabry-Perot共振器を入れたもの

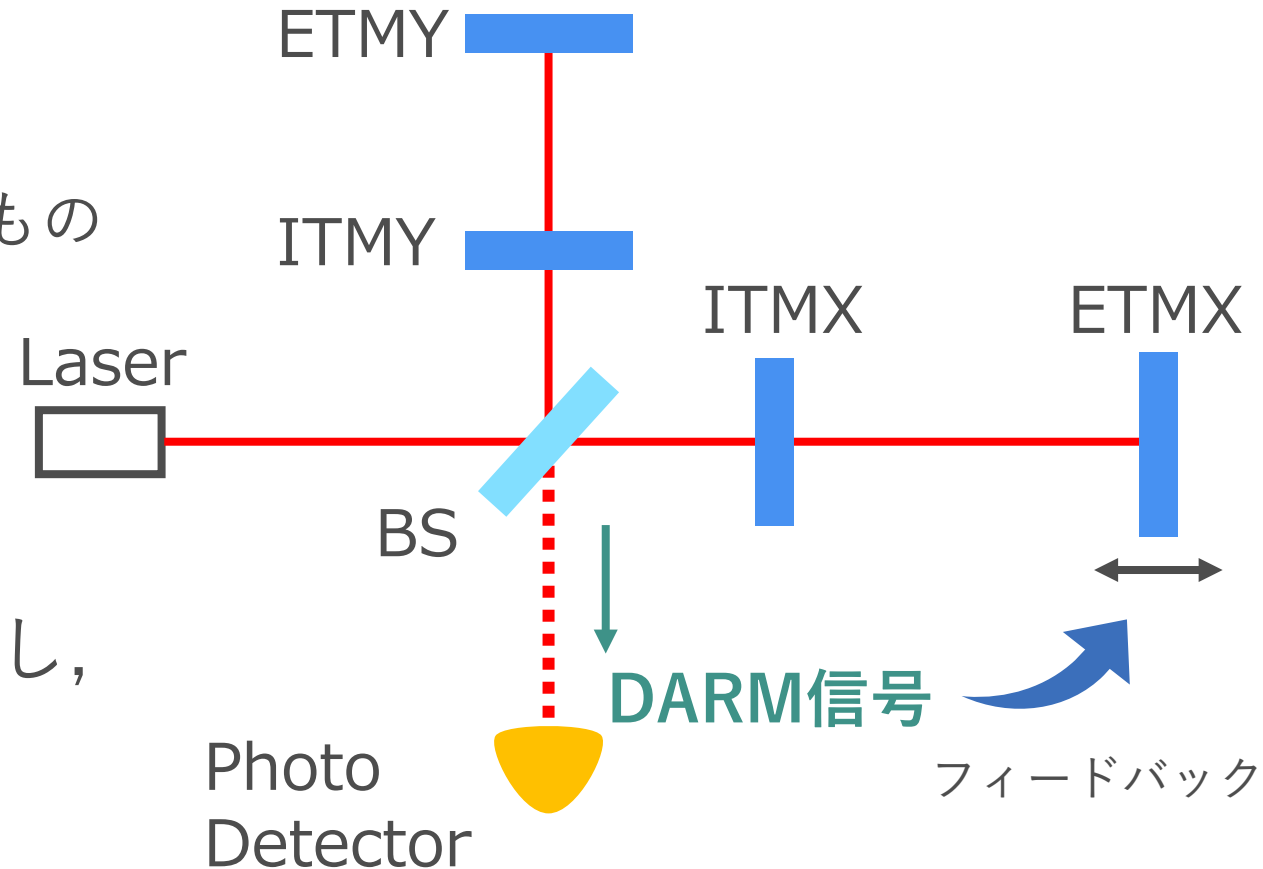
重力波信号 = 腕の差動信号



**DARM信号**

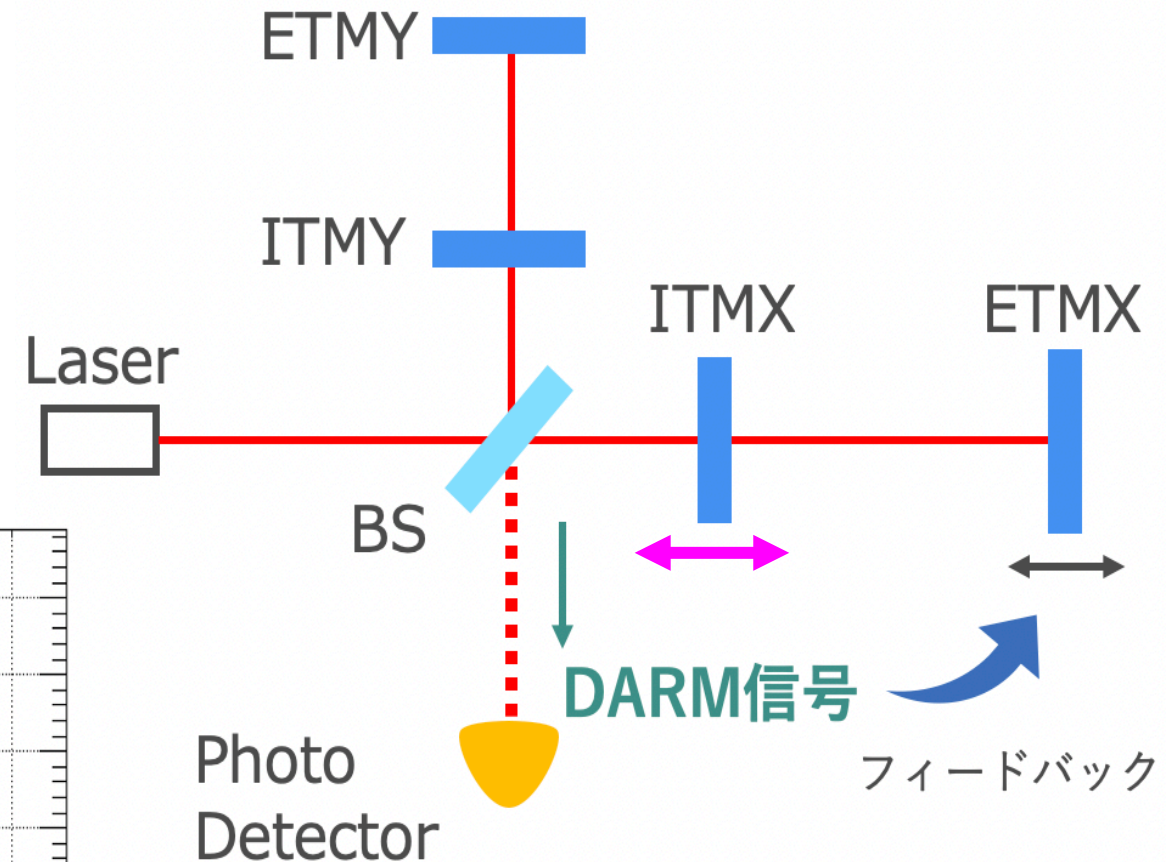
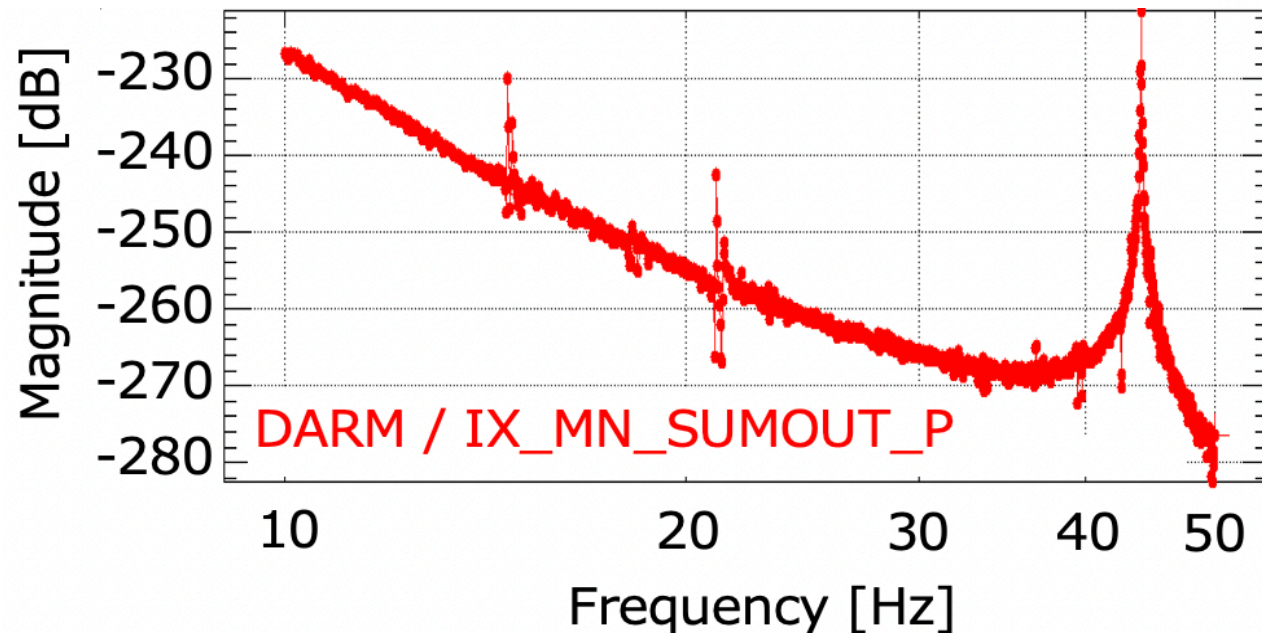
ETMXにフィードバック信号を返し,  
腕の差動変位を保つように  
ETMXを駆動する

## FPMIの模式図



2. 各懸架装置を**各自由度に振動させ**、  
その動きからDARM信号までの  
伝達関数を測定する

例) ITMX MN P



3. 懸架装置を揺らしていない時も  
制御に用いるセンサの雑音が  
常に存在する

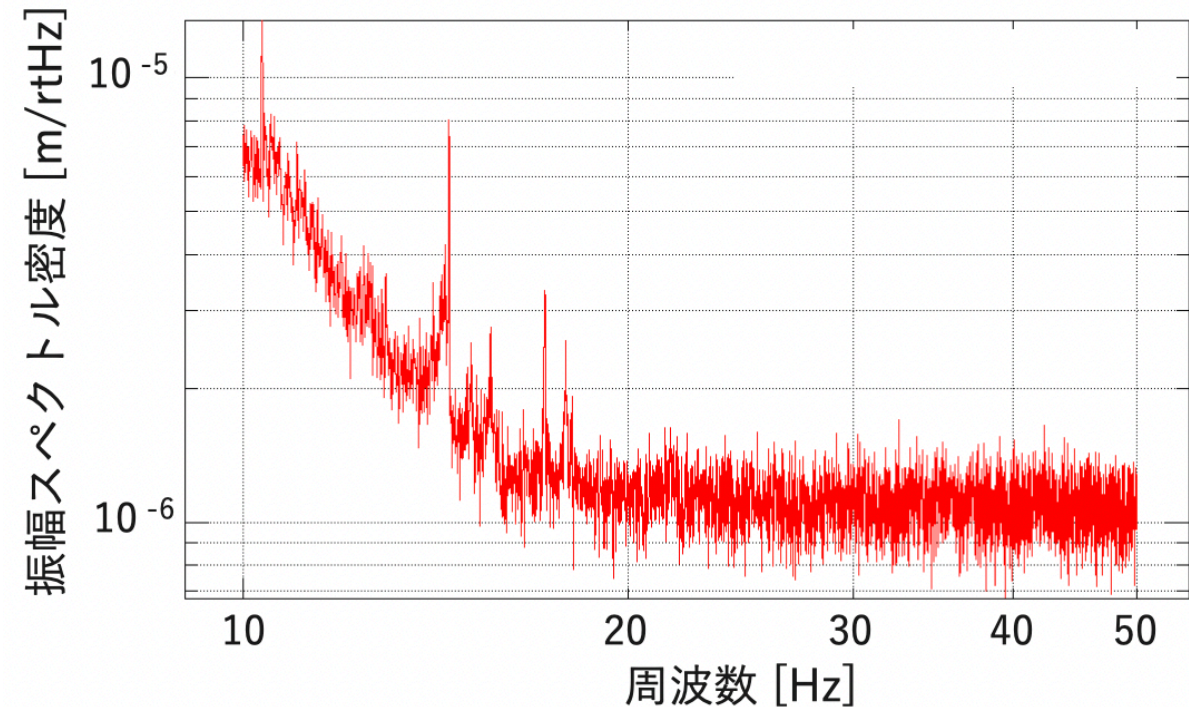


振幅スペクトル密度を  
測定した伝達関数にかける



各懸架装置の制御雑音は  
無相関なのでそれらの2乗和をとる

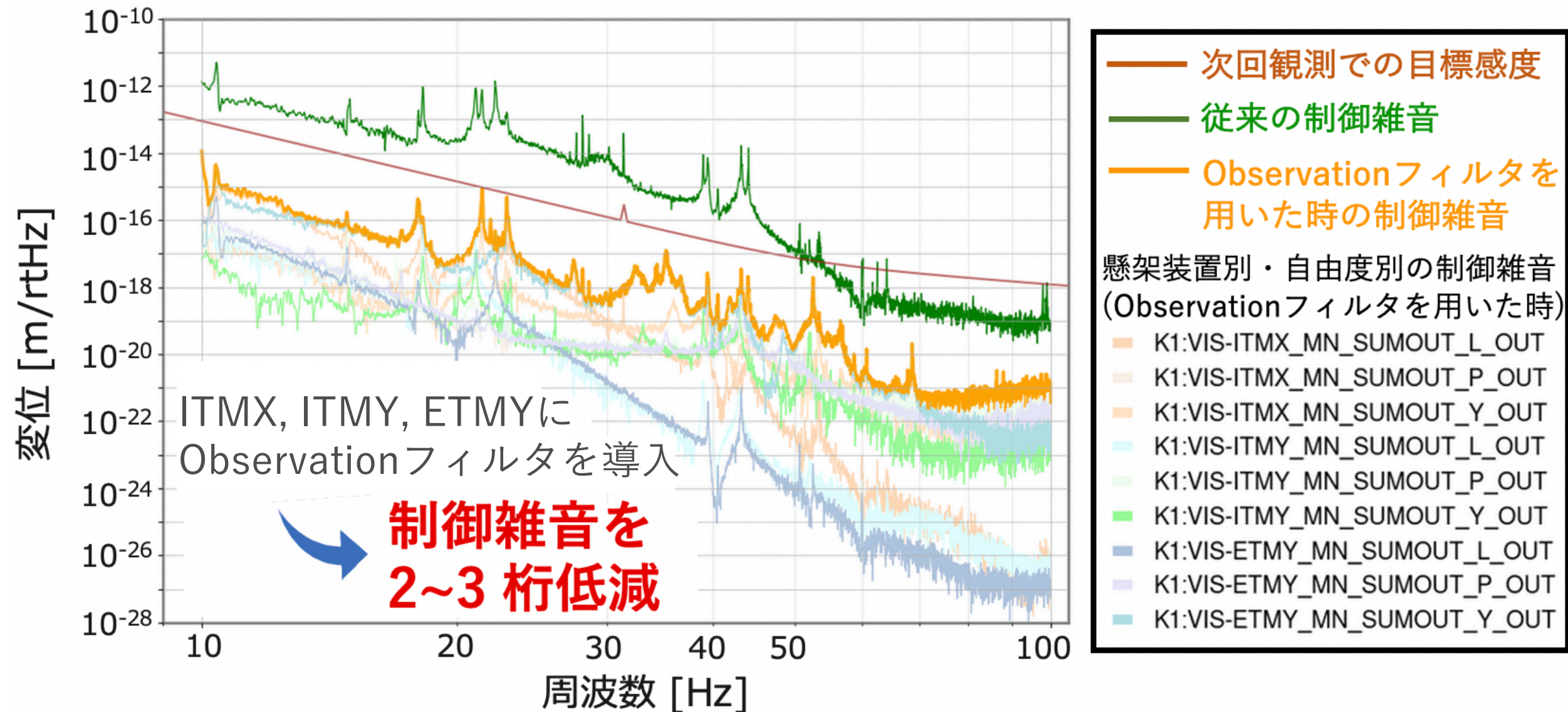
センサの振幅スペクトル密度  
例) ITMX MN P



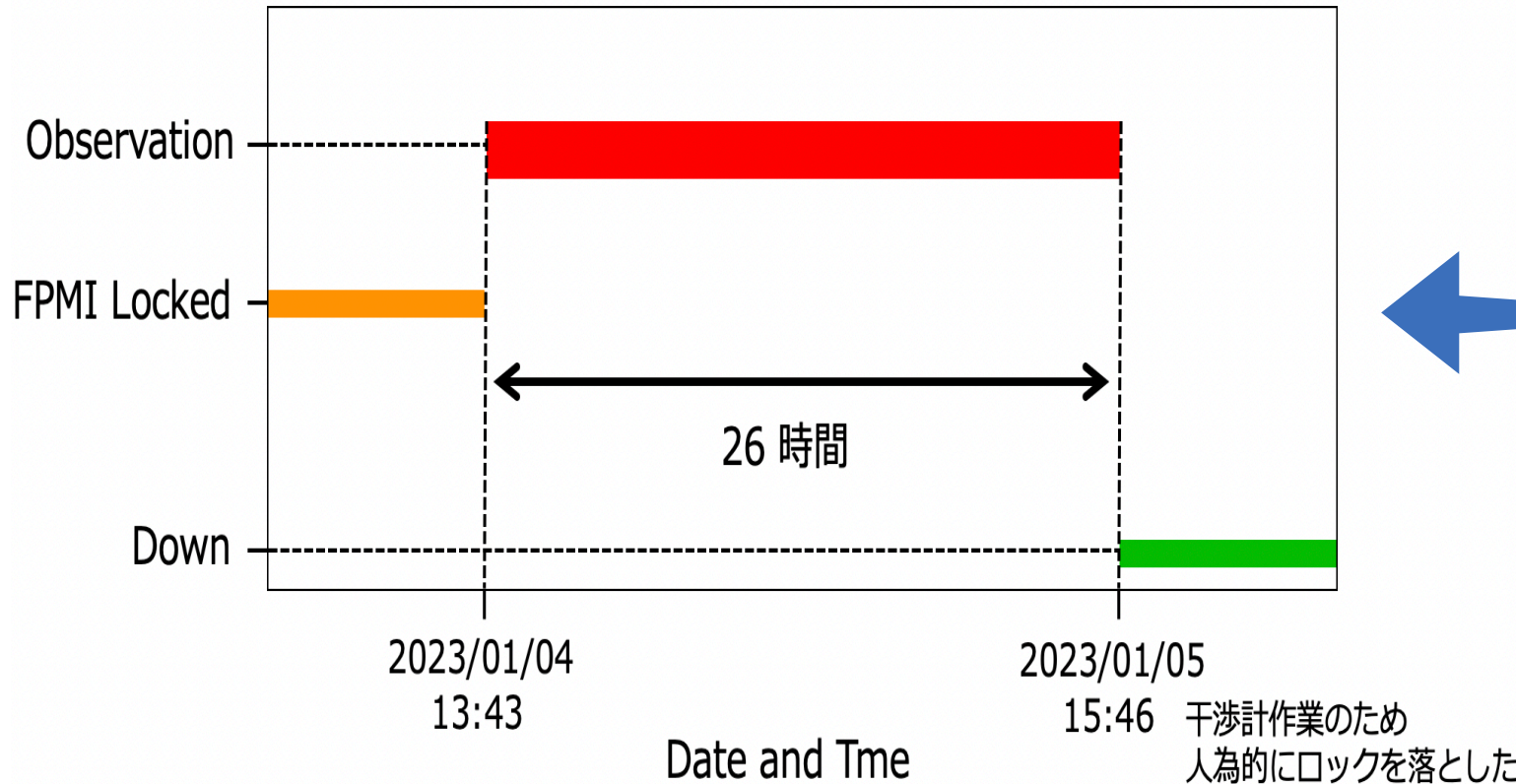


# Observationフィルタによる制御雑音の低減

14



新しい制御フィルタを実装した  
全ての低温懸架装置において、  
その制御が長期間安定かどうか調べる必要がある



Observationフィルタを用いてFPMIをロックし  
(図中のObservation),  
干渉計が**26 時間  
安定に動作する  
ことを確かめた**



## まとめ

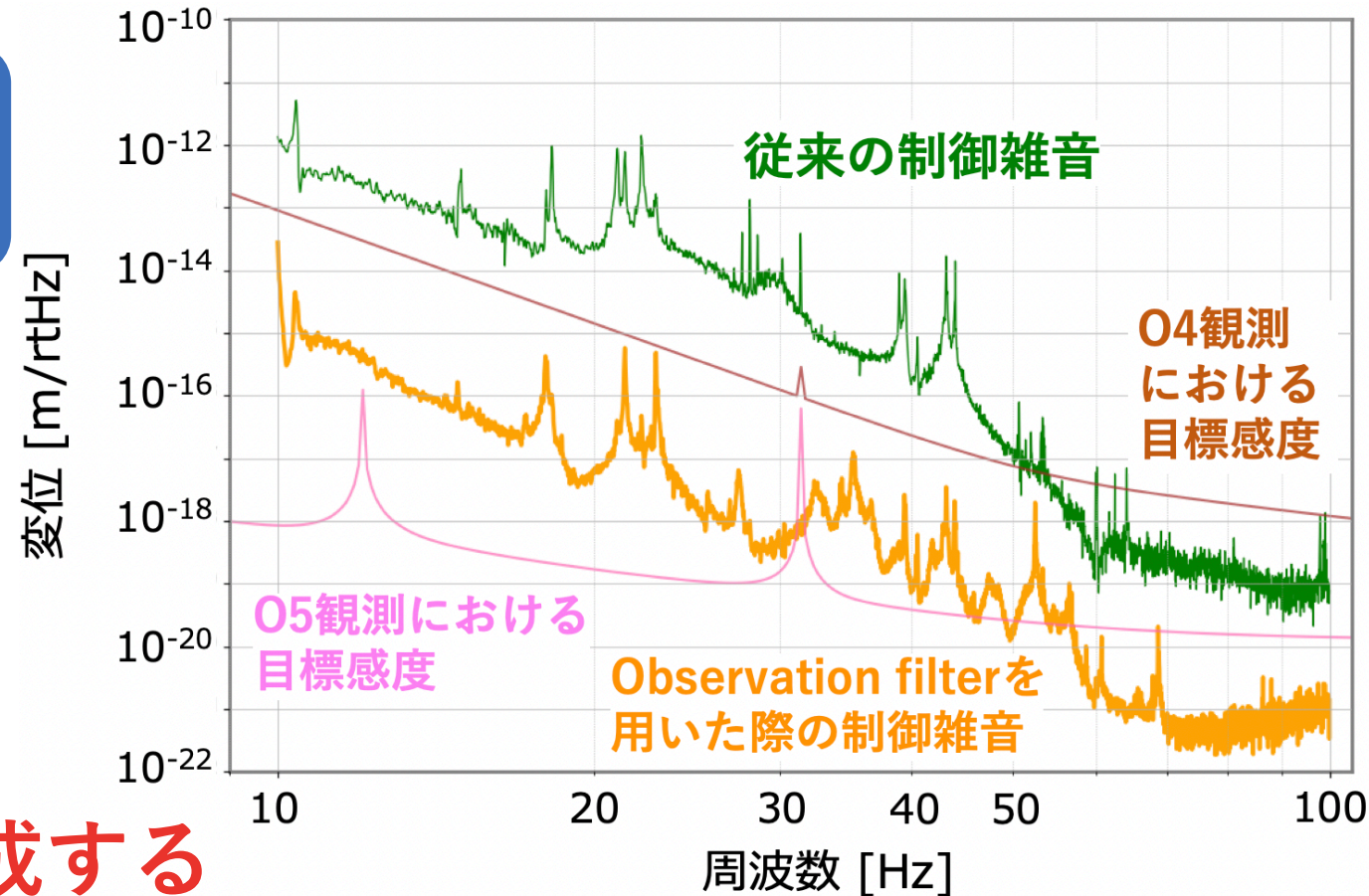
設計した新しい制御を用いることで、干渉計を長時間安定に動作させつつ、制御雑音を2~3桁低減することに成功した

→ **KAGRAの次回観測(O4)における目標感度を達成**

## 今後の展望

新しい制御手法の考案やセンサの開発によって制御雑音をさらに2~3桁低減し、低周波における

**KAGRAの最終目標感度を達成する**



# APPENDIX





# KAGRA

@岐阜県飛騨市神岡町 池ノ山  
前回観測 (O3GK) : 2020年4月  
次回観測 (O4) : 2023年3月 (予定)

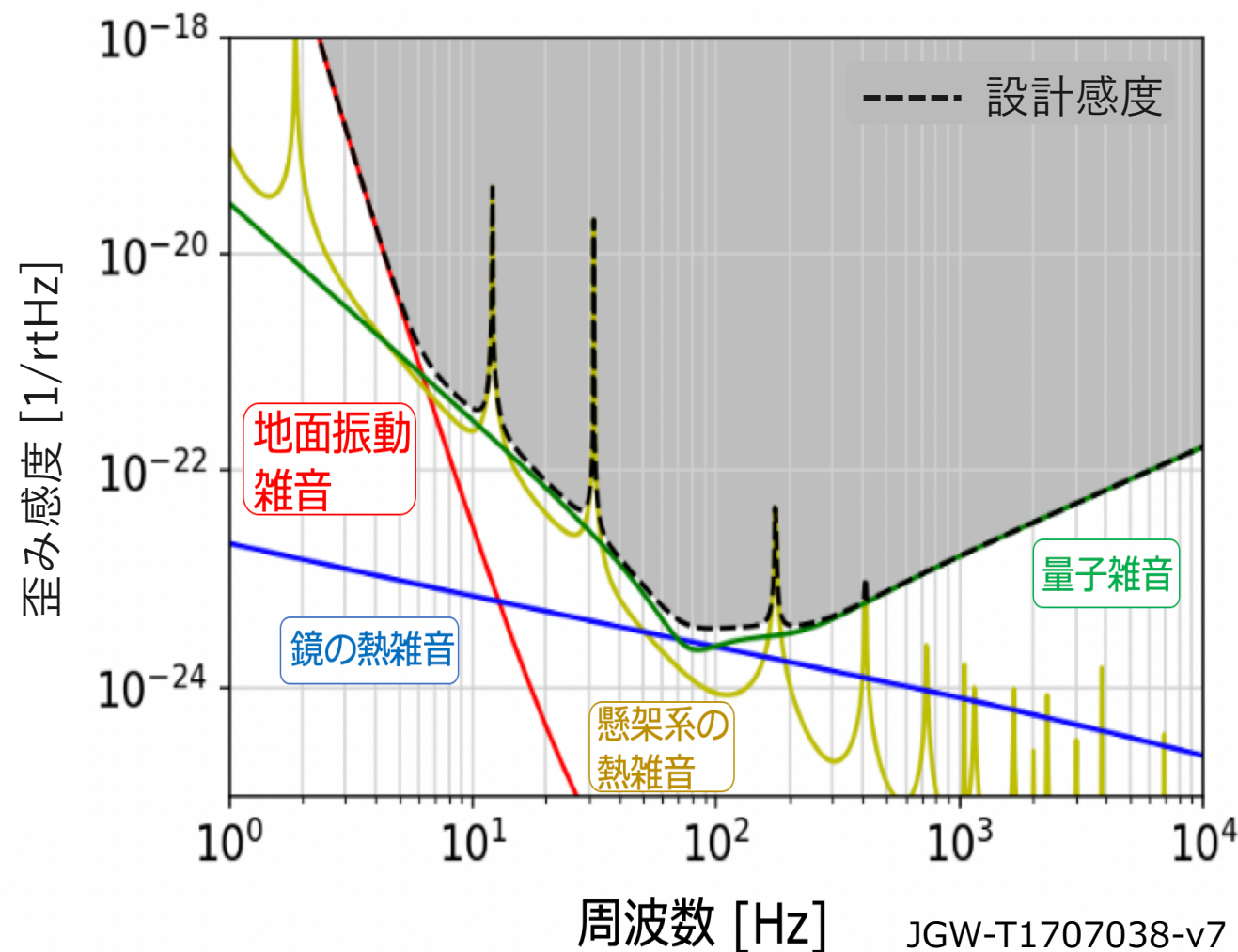


3 km

3 km



## \* KAGRAの特徴



**熱雑音** . . . 原子や分子の熱振動による雑音

### 低減方法

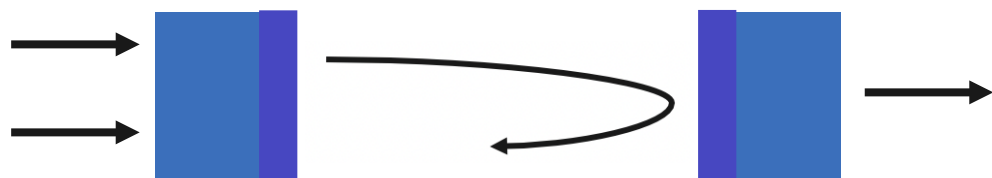
- ・ 温度を下げる → **鏡を20 Kまで冷却\***
- ・ 機械的なエネルギー散逸を小さくする  
→ **サファイア鏡\***

**地面振動雑音** . . . 地面の微小な振動による雑音

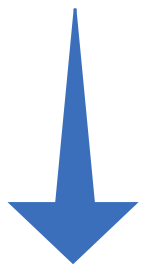
### 低減方法

- ・ 地面振動の小さな場所に  
検出器を建設する → **地下に建設する\***
- ・ 多段振り子型の防振装置を使用する  
→ **13.5 m (世界最大) の9段振り子\***

## Fabry-Perot共振器



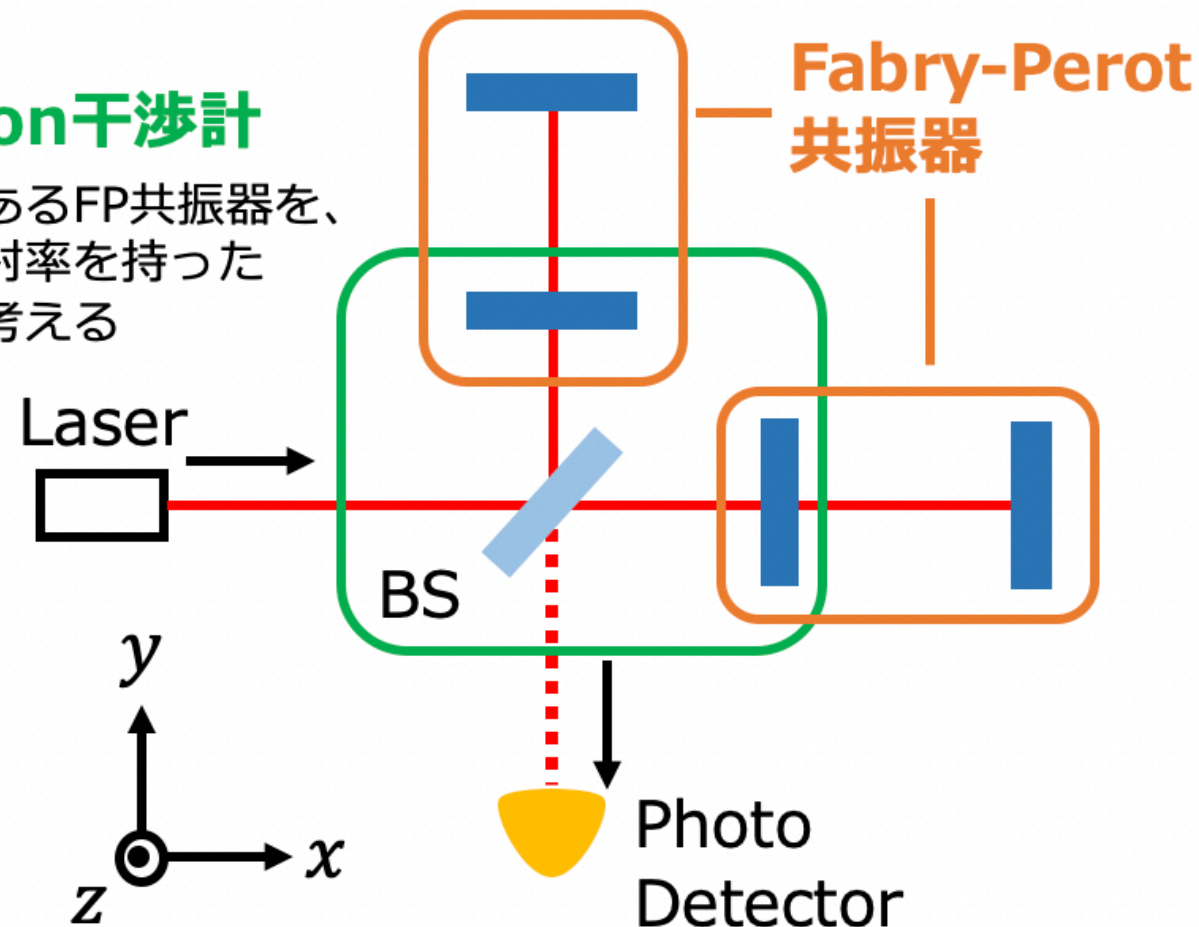
共振器内で光を何度も往復させる



実効的な腕の長さを長くしている  
(検出器の感度は腕の長さに  
比例して良くなる)

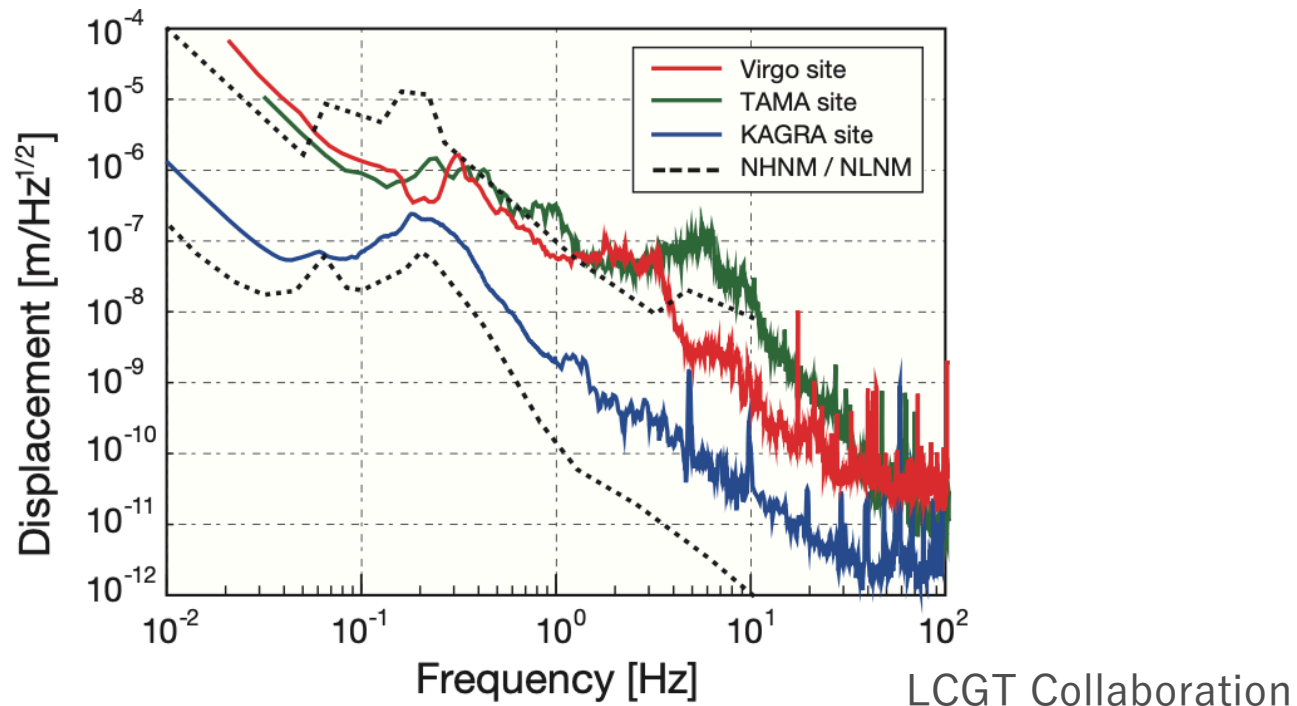
## Michelson干渉計

共振状態にあるFP共振器を、  
対応する反射率を持った  
1枚の鏡と考える

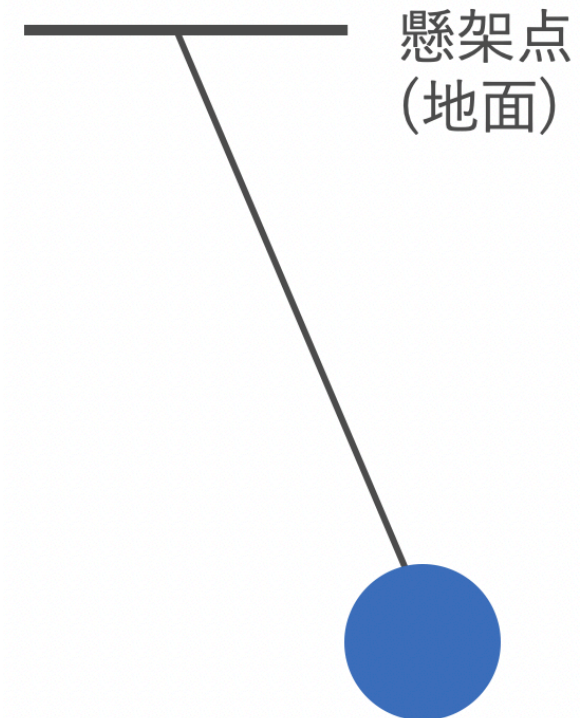


## 地面振動雑音の低減

地面振動の小さな場所に検出器を建設  
地下・人の少ない地域



多段振り子型の  
防振懸架装置を使用





## 検出器を地下に建設



©ICRR

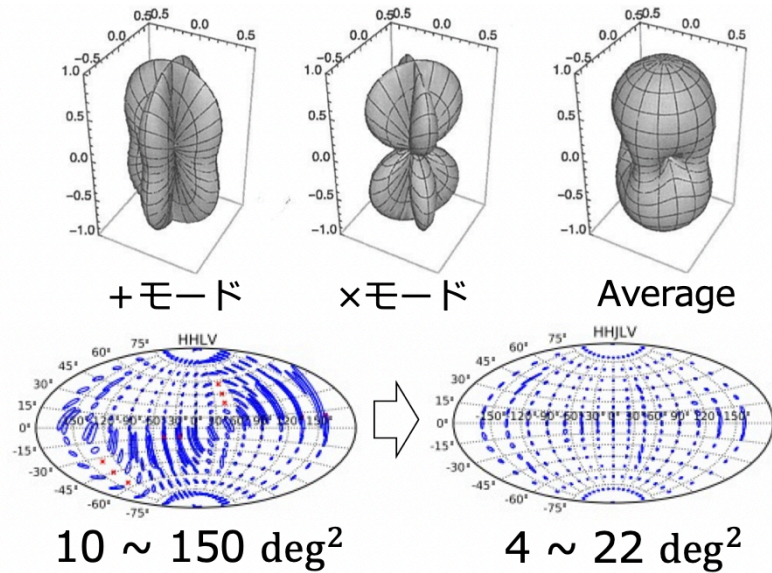


©Enrico Sacchetti



国際重力波観測ネットワーク  
へ参入

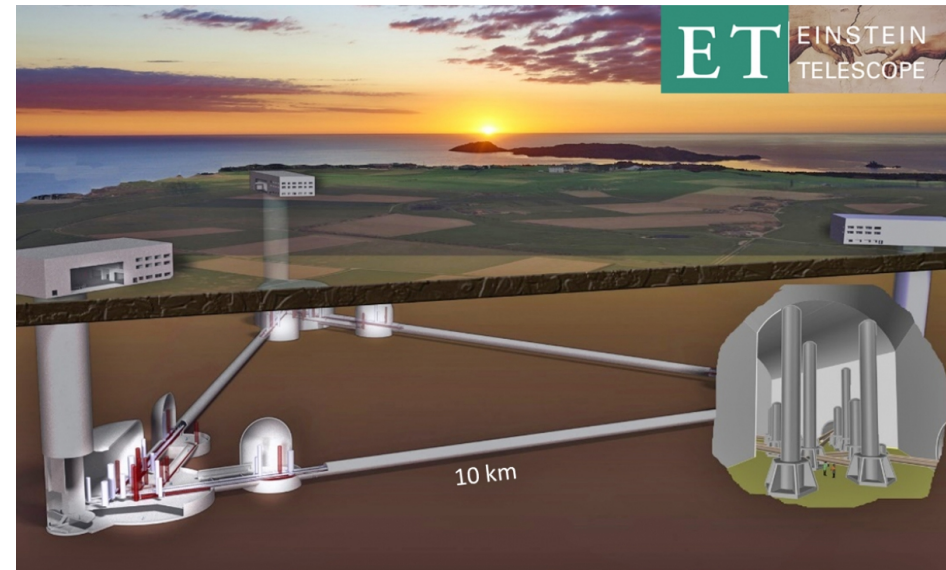
波源の方向決定精度向上



Fairhurst  
(2012)

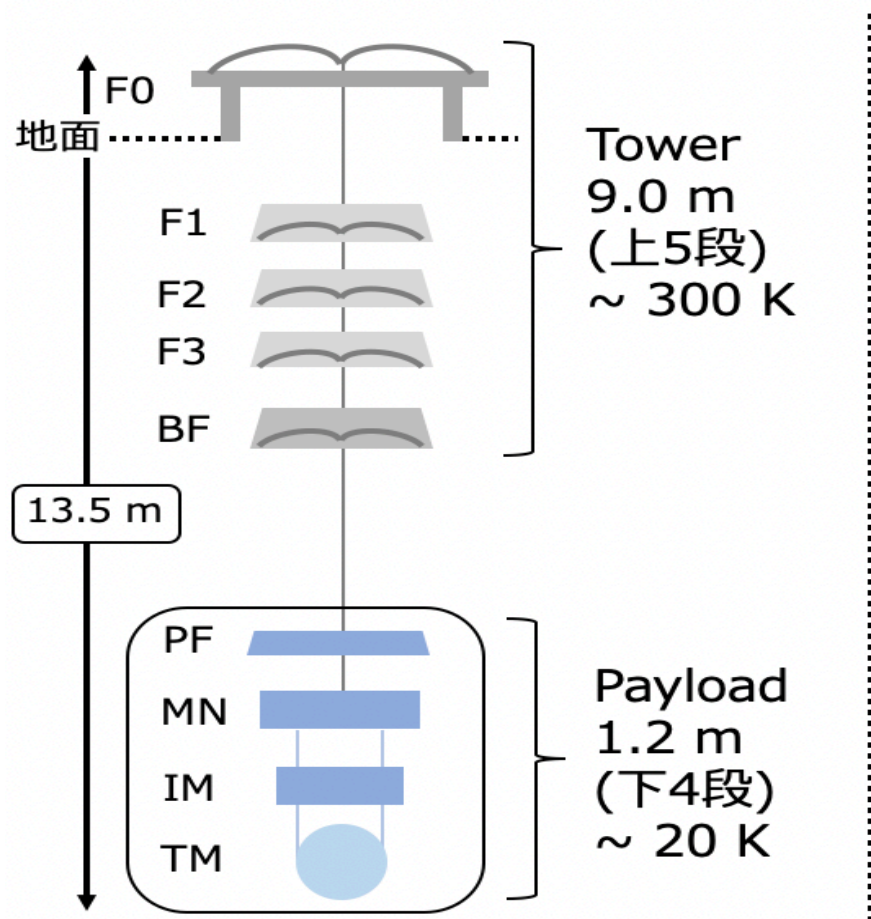
地下 + 低温による雑音低減技術

次世代の重力波検出器  
Einstein Telescope

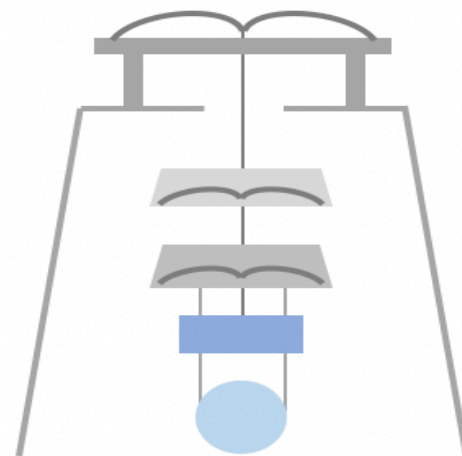


© EGO

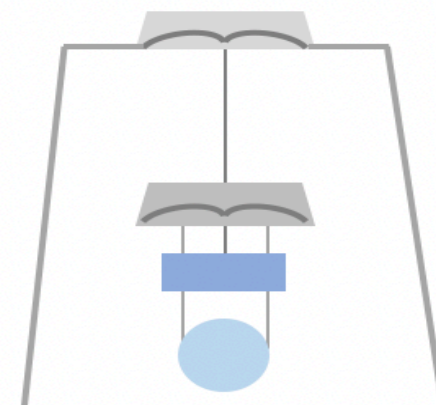
## KAGRAの防振懸架装置



Type-A



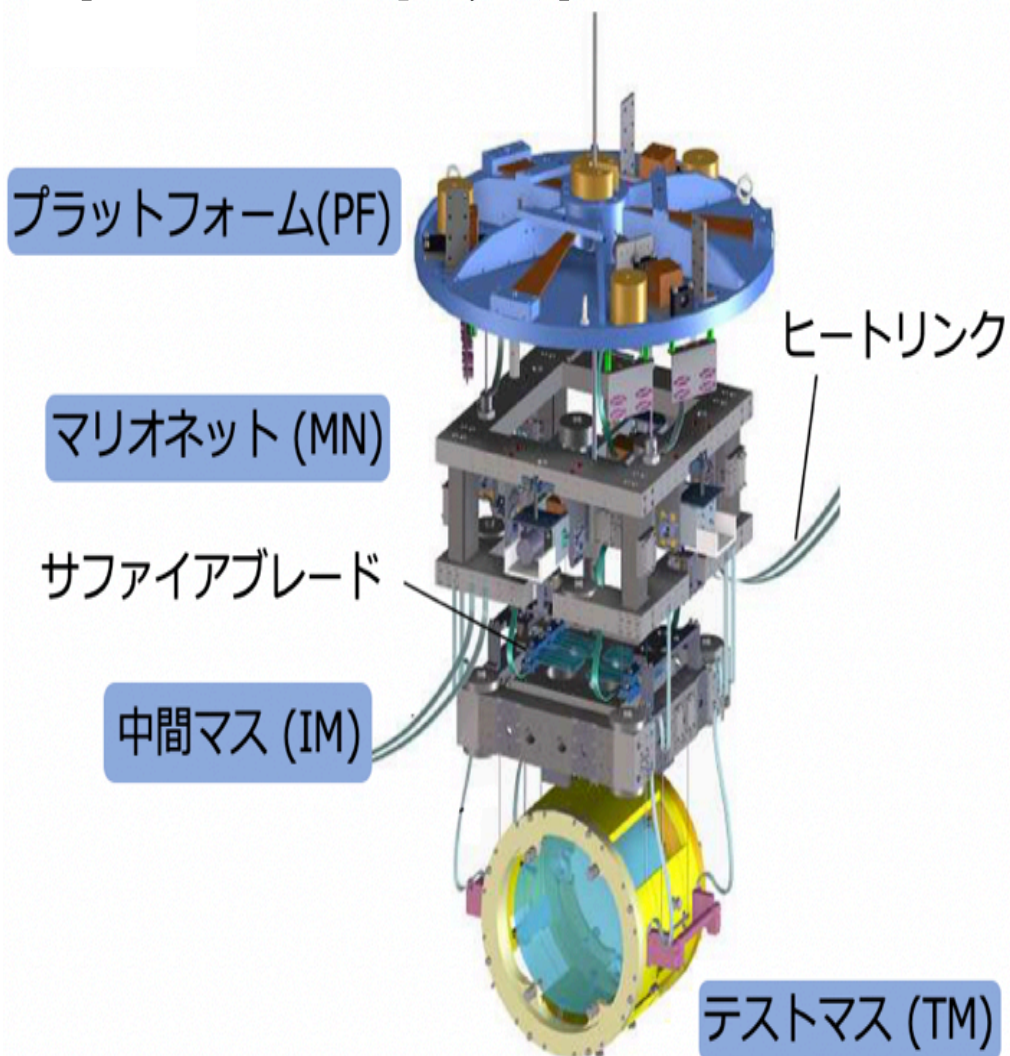
Type-B



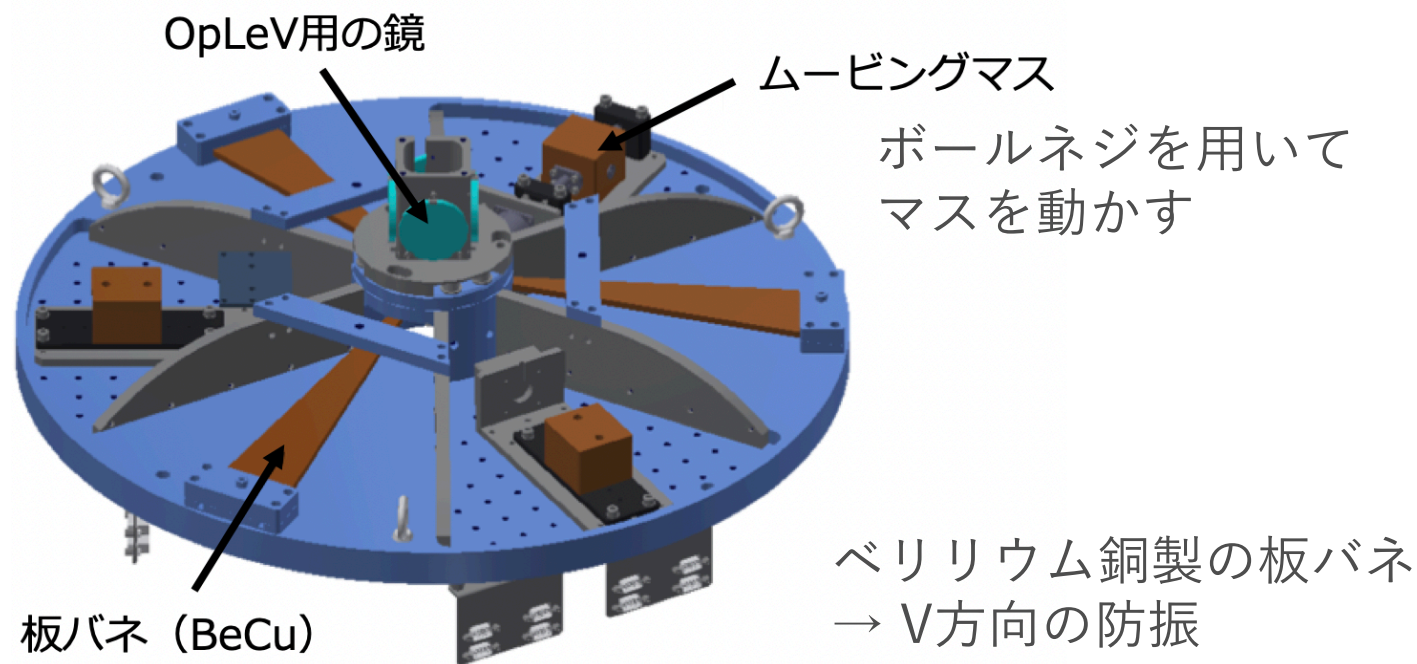
Type-Bp



## 低温懸架装置



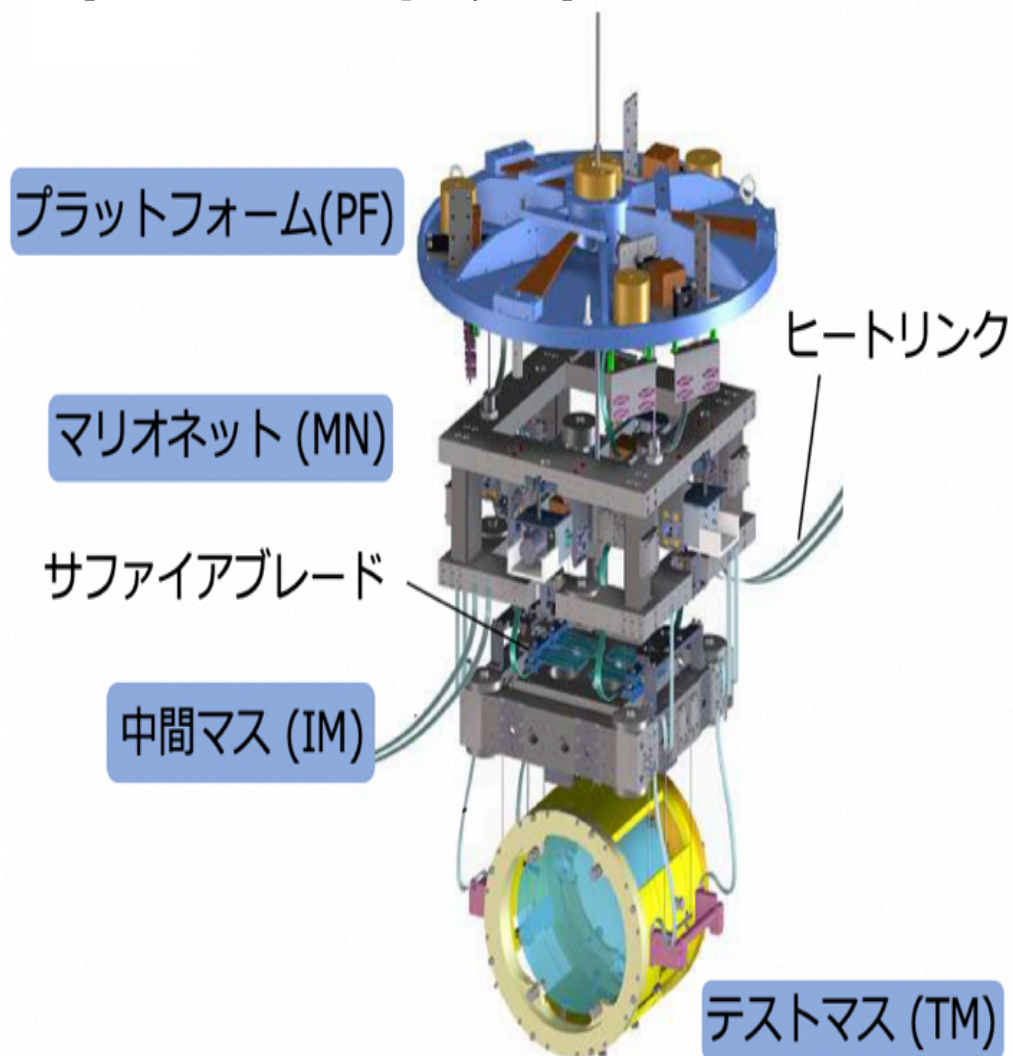
## プラットフォーム (PF)



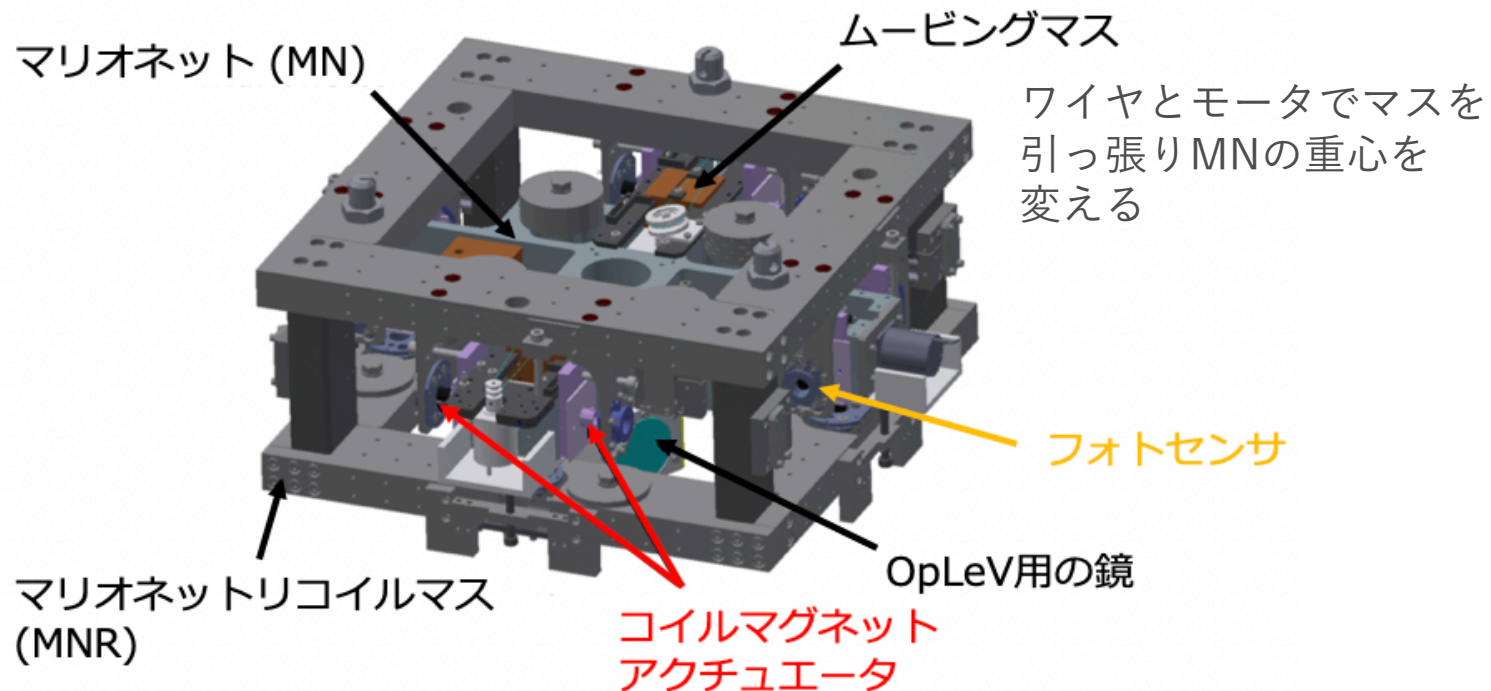
低温懸架系の最上段にある円盤状のステージ  
マレージングワイヤでTower部分と  
繋がっている



## 低温懸架装置



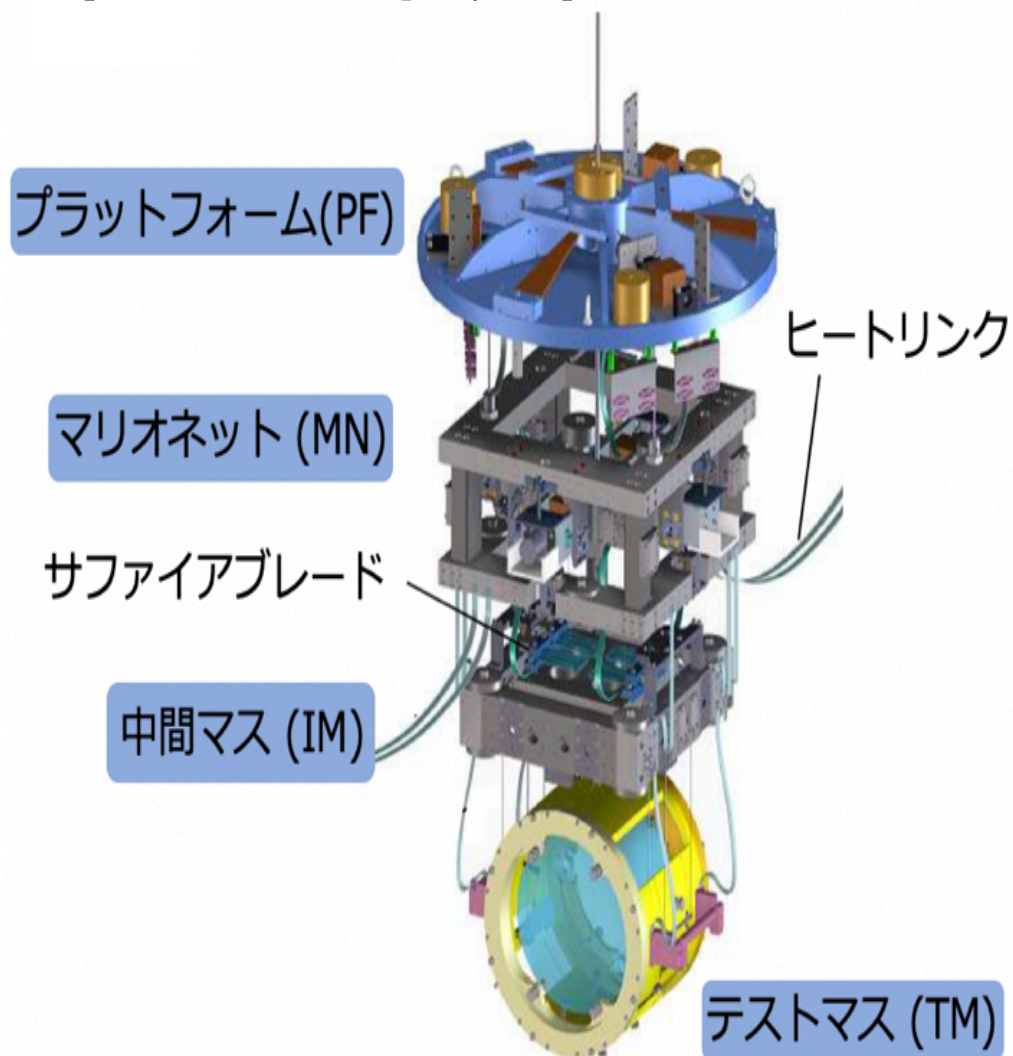
## マリオネット (MN)



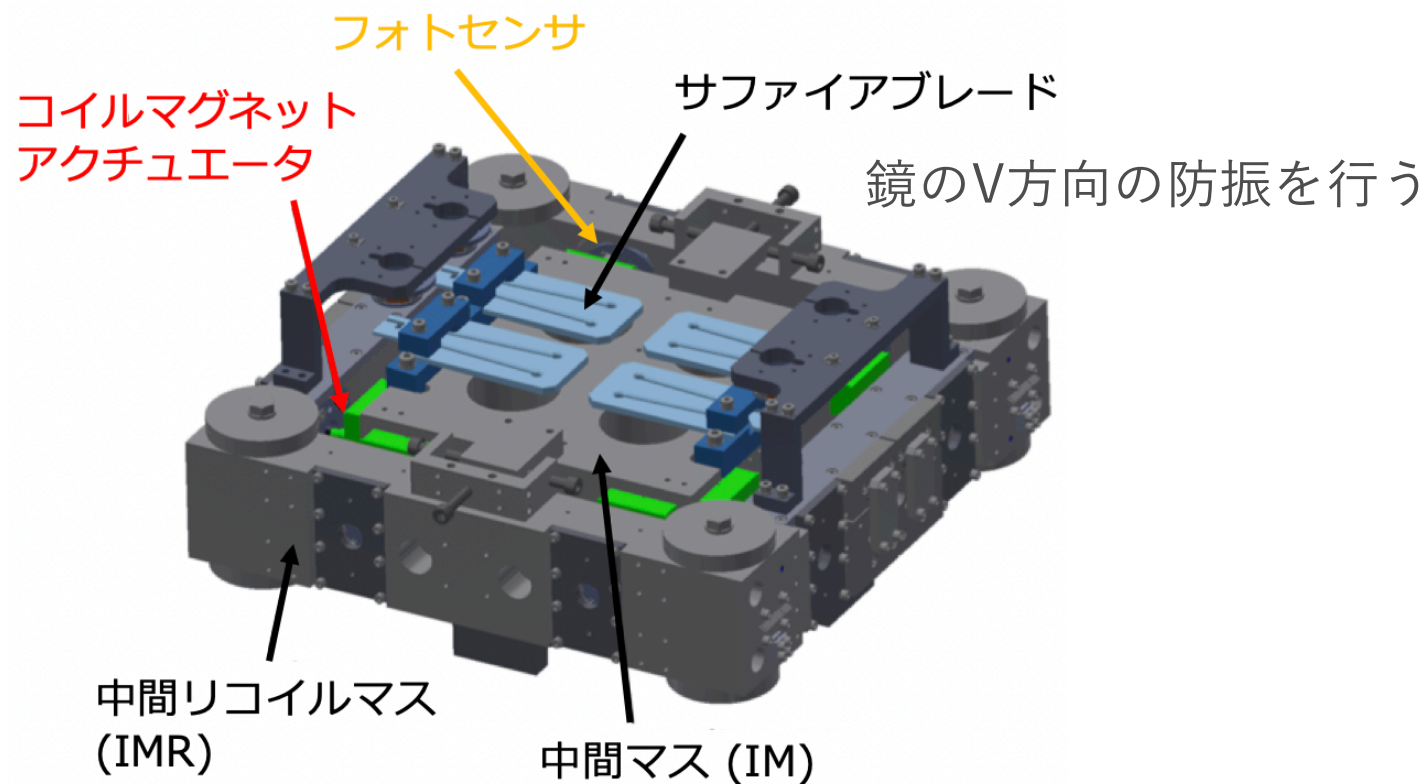
TMチェーン初段の十字型ステージ

回転自由度の剛性を低くするため、質量中心に近い箇所を1本のマレージングワイヤで支持

## 低温懸架装置



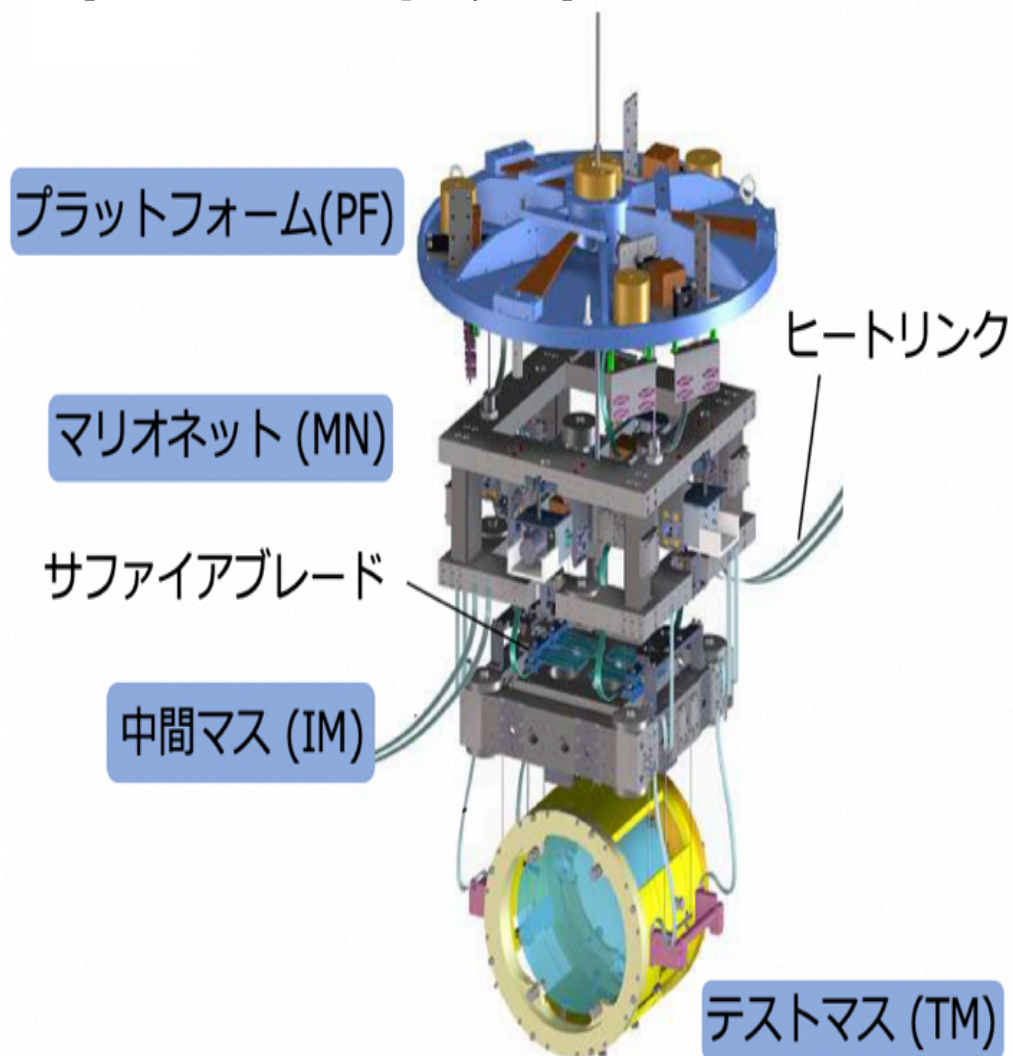
## 中間マス (IM)



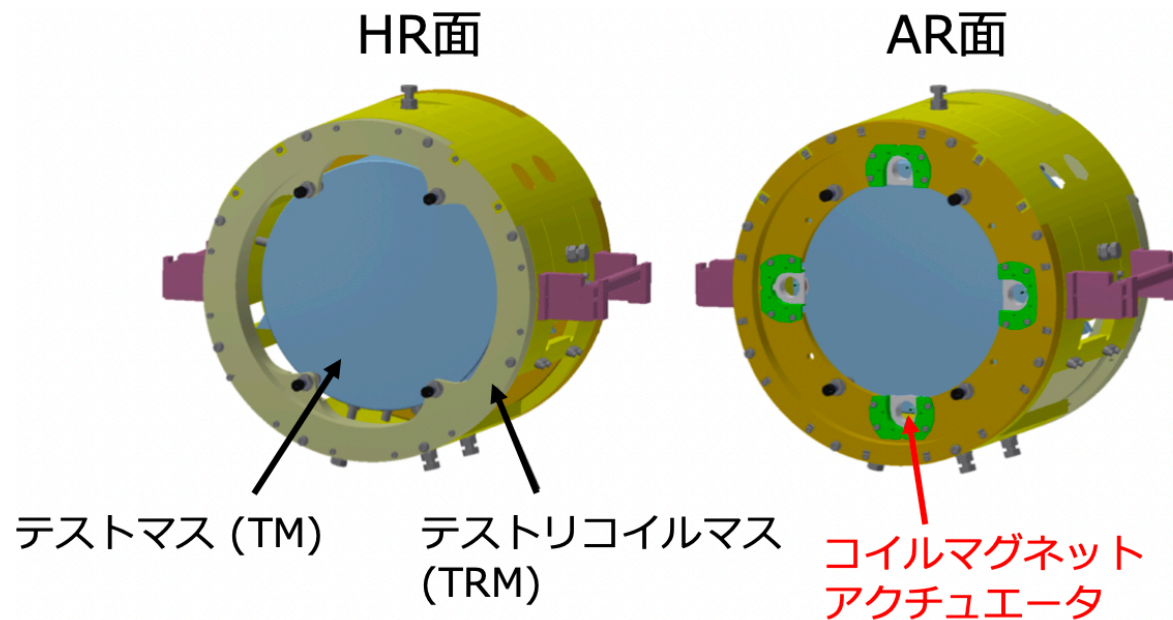
MNからベリリウム銅製のワイヤ4本で吊るされている



## 低温懸架装置



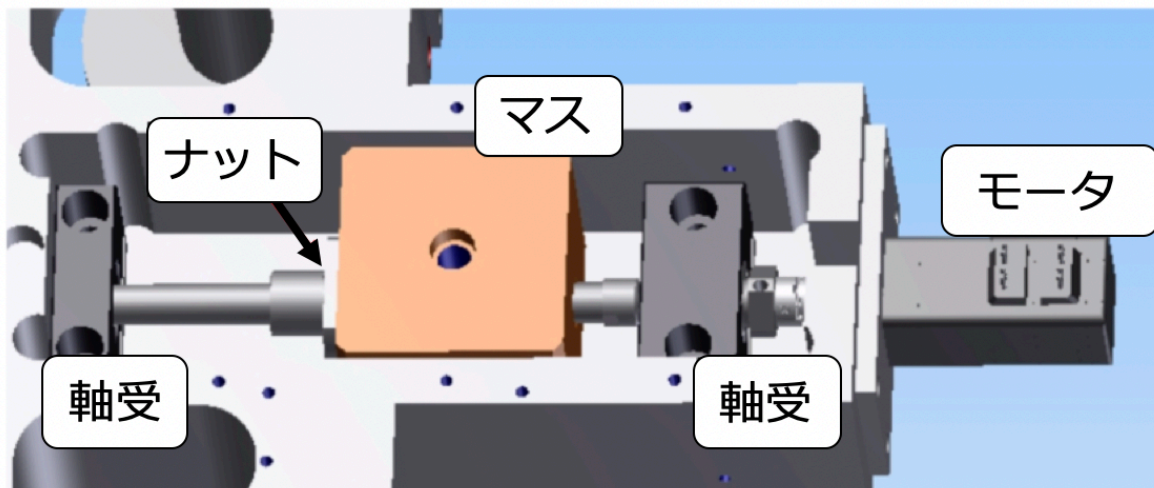
## テストマス (TM)



サファイア製の鏡  
(直径220 mm, 厚さ150 mm, 質量23 kg)  
熱伝導率向上のためサファイアファイバー  
4本で懸架

## ムービングマス

### ボールネジ型 (PF)



ネジの軸がモータによって回転すると  
マスがナットと共に動く

低温にしたとき、ボールネジに不具合  
(熱収縮によるスタックなど)

西本巧, 修士論文, 東京大学, (2020)

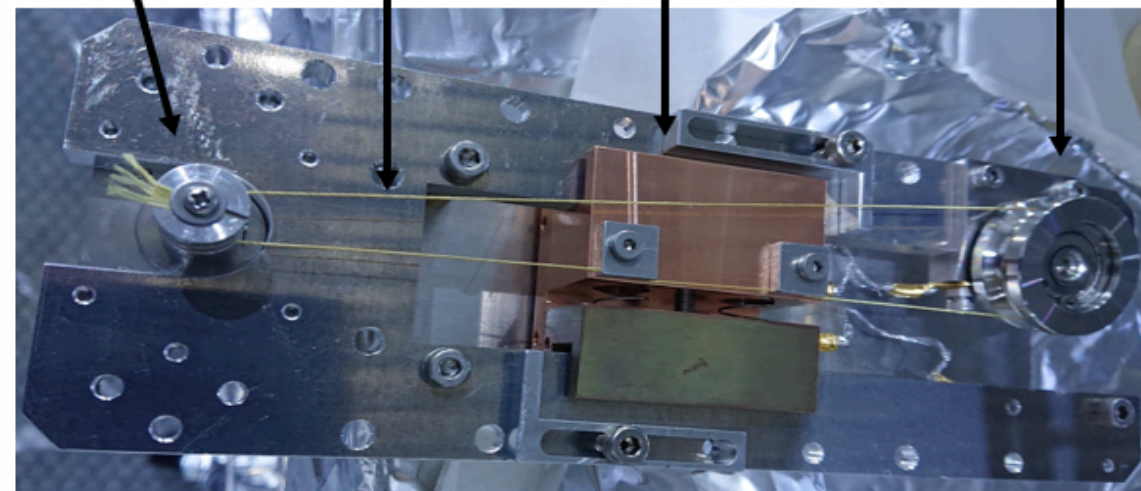
### ロープウェイ型 (MN)

ステッピング  
モータ

Kevlarワイヤ

マス

アイドラー

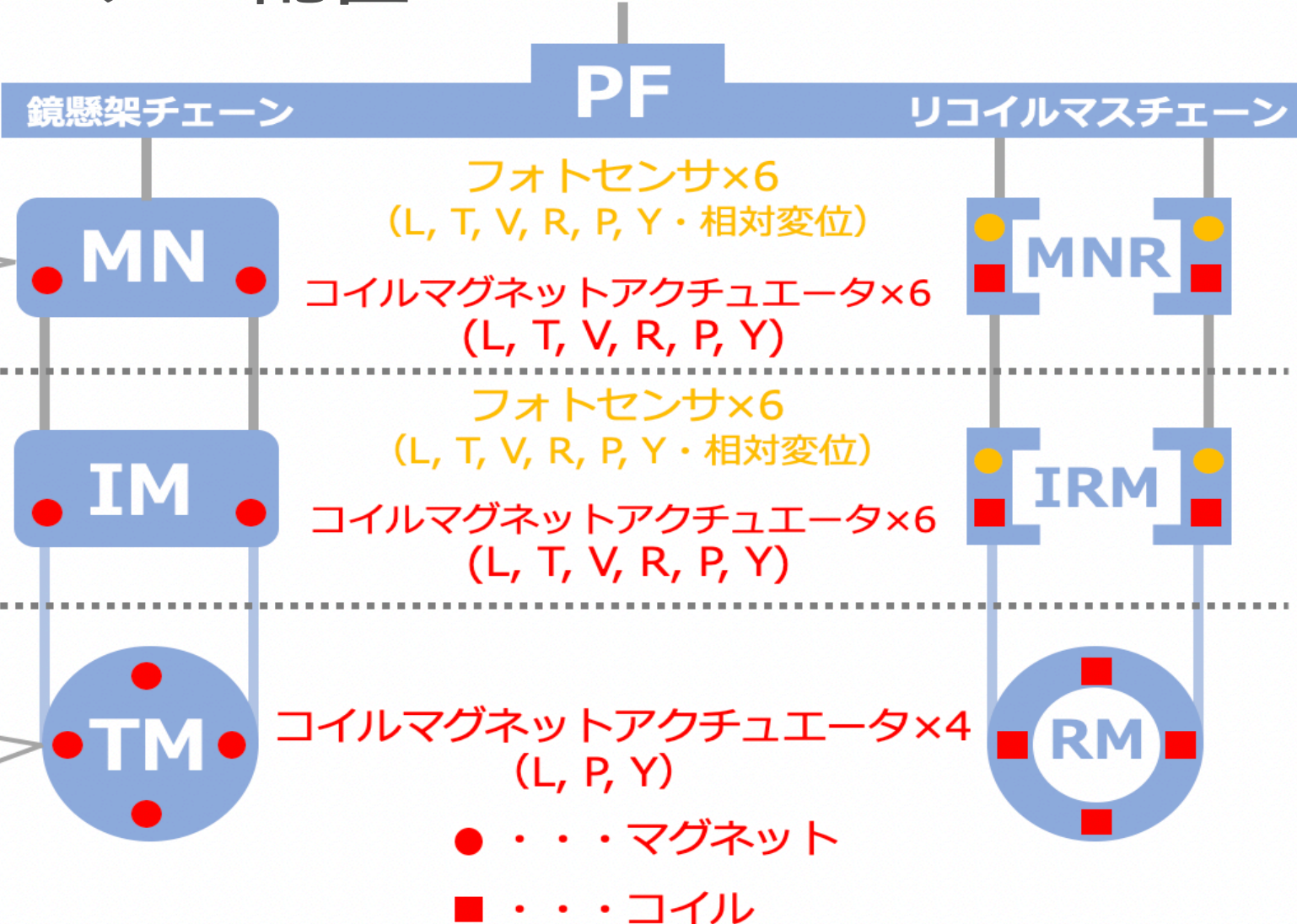
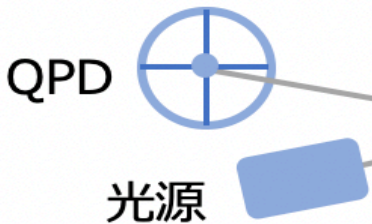


ワイヤとモータでマスを引っ張ることで  
MNの重心の位置を変える

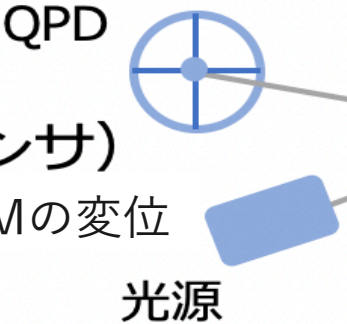


## センサ・アクチュエータの配置

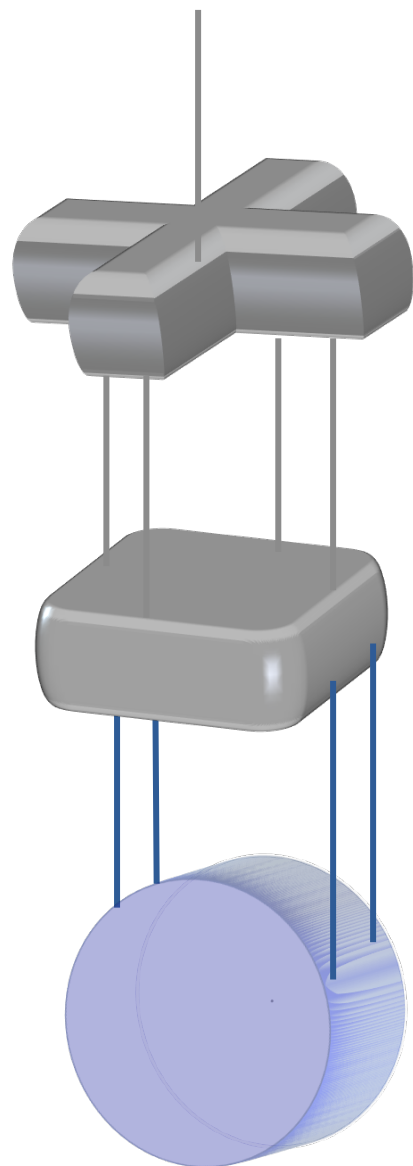
OpLev (センサ)  
地面に対するMNの変位



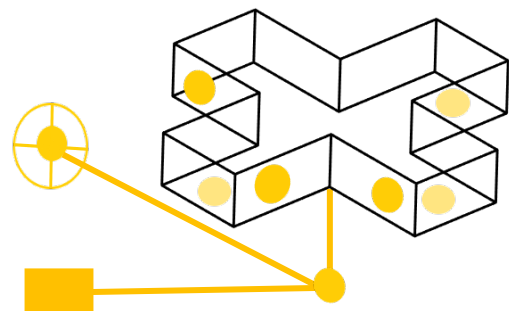
OpLev (センサ)  
地面に対するTMの変位



## 低温懸架装置におけるセンサ

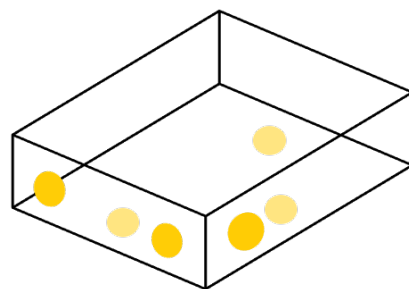


MN



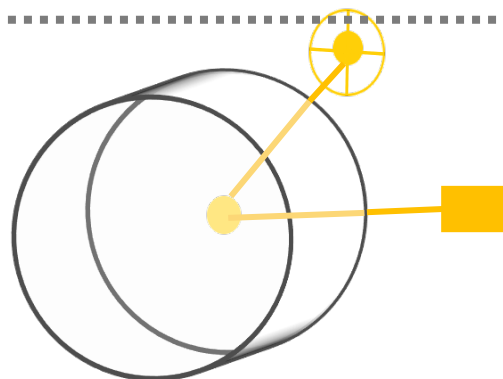
- ・ 反射型フォトセンサ  
MN-MNR間の相対変位
- ・ 光てこ (OpLev)  
地面に対するMNの角度

IM



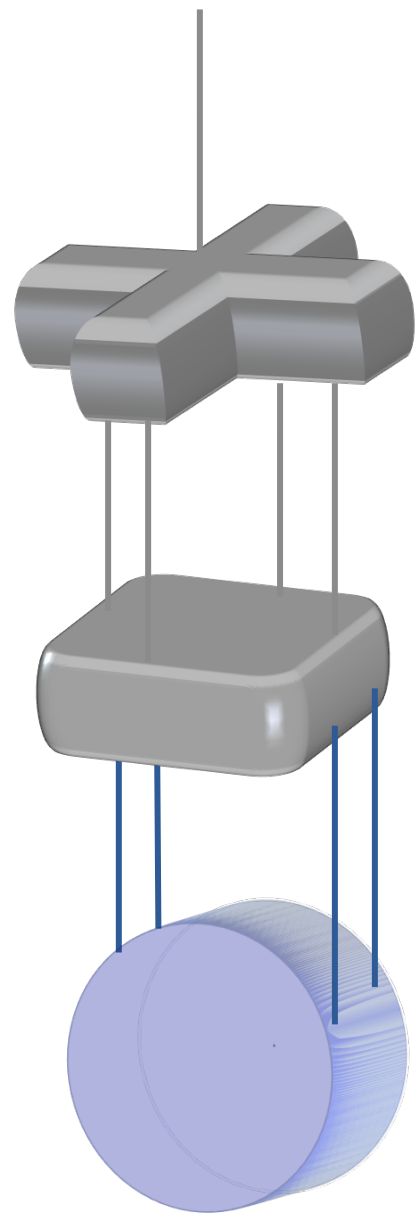
- ・ 反射型フォトセンサ  
IM-IRM間の相対変位

TM

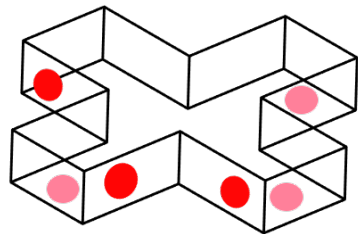


- ・ 光てこ (OpLev)  
地面に対するTMの変位

## 低温懸架装置におけるアクチュエータ

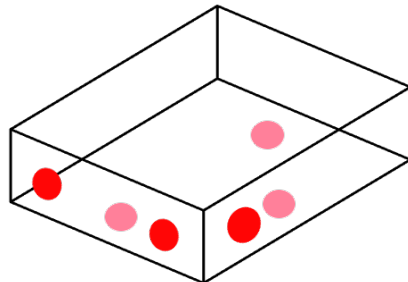


MN



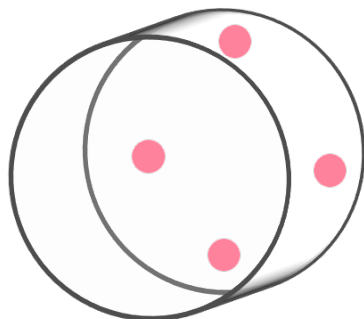
- ・コイルマグネットアクチュエータ  
MN-MNR間の相対6自由度

IM



- ・コイルマグネットアクチュエータ  
IM-IRM間の相対6自由度

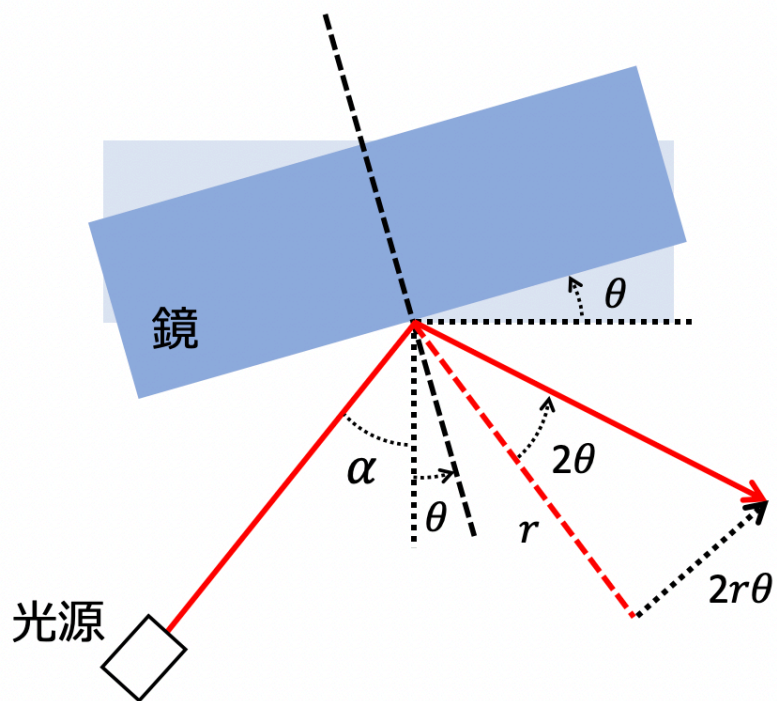
TM



- ・コイルマグネットアクチュエータ  
TM-RM間の相対3自由度 (L, P, Y)

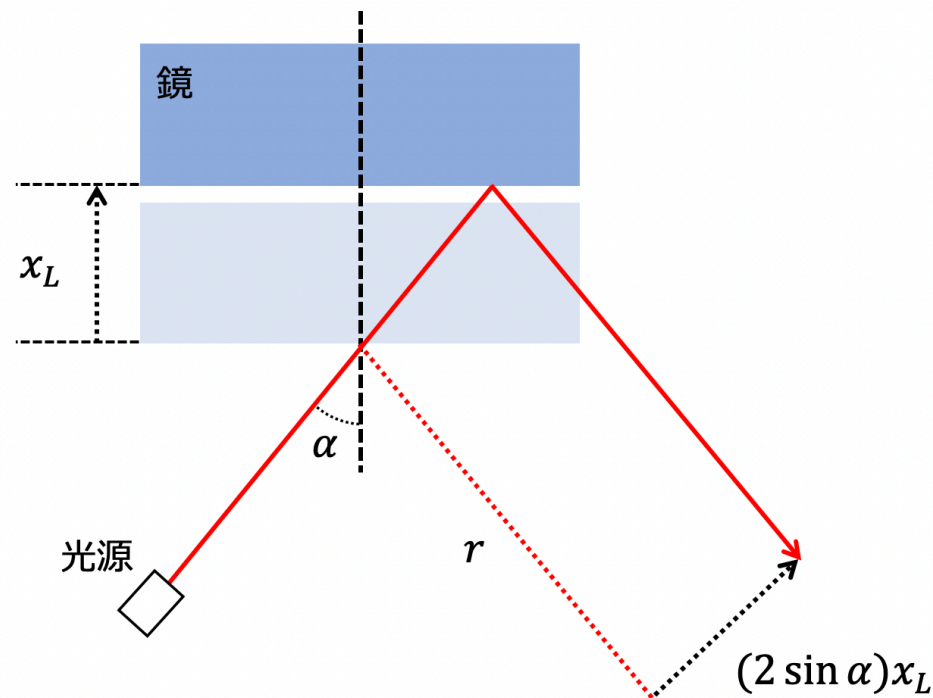
## OpLev

鏡の回転に対するOpLev光のずれ



$$x_1 = (2r) \theta$$

鏡のL方向に対するOpLev光のずれ



$$x_1 = (2r) \theta + (2 \sin \alpha) x_L$$



## 反射型フォトセンサ

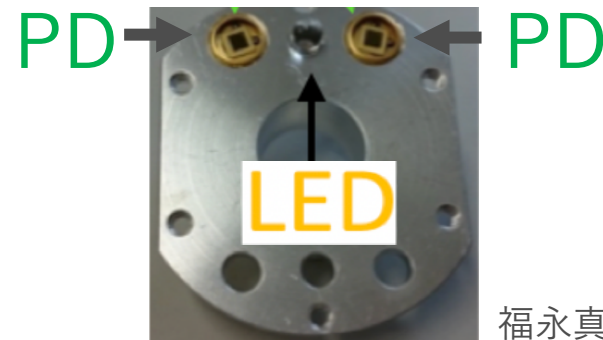
### 非接触型の反射型フォトセンサ

→ センサの振動が懸架装置を揺らさないようにするため

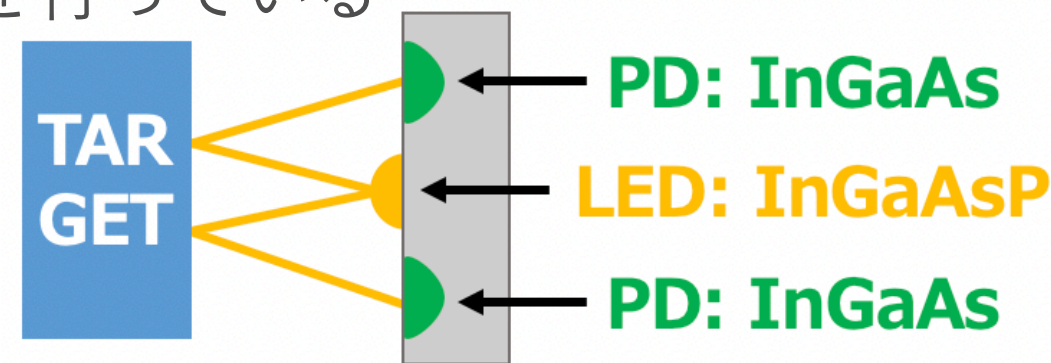
- ・ ・ ・ MN段, IM段とそれぞれのリコイルマスとの相対距離を測定し, その信号を用いてローカルな制御を行っている

### 動作原理

LED（リコイルマスチェーン側）から出た光がターゲット（鏡懸架チェーン側）で反射し、PDで検知される



福永真士, 修士論文, 東京大学, (2019)



※ InGaAs ・ ・ ・ エネルギーを媒介するキャリアとしてフォノンを使わないので冷却した際も安定に動作しやすい

## フォトセンサの応答

LEDから出た光が  
ターゲットでn回反射してPDに入る

$$y_1 = 2nd \times \tan \theta_1$$

$$y_2 = 2nd \times \tan \theta_2$$

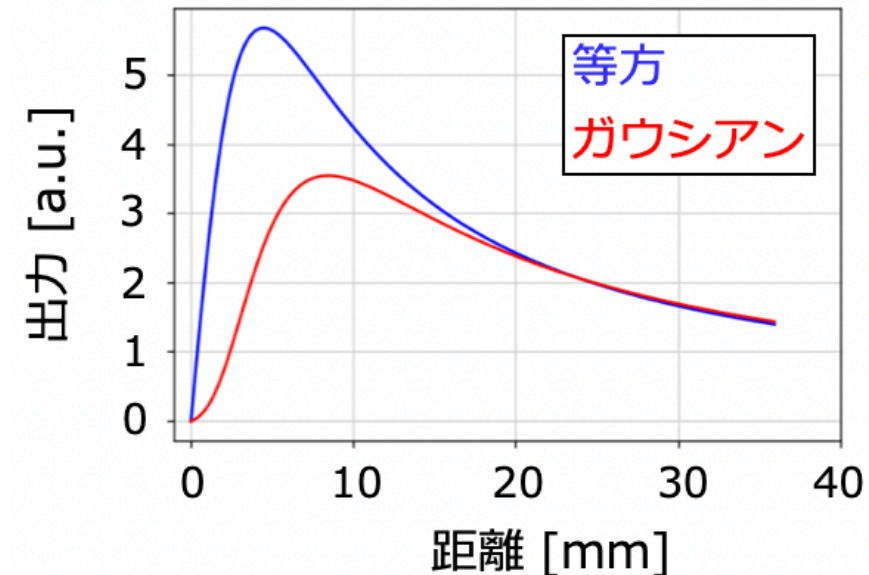
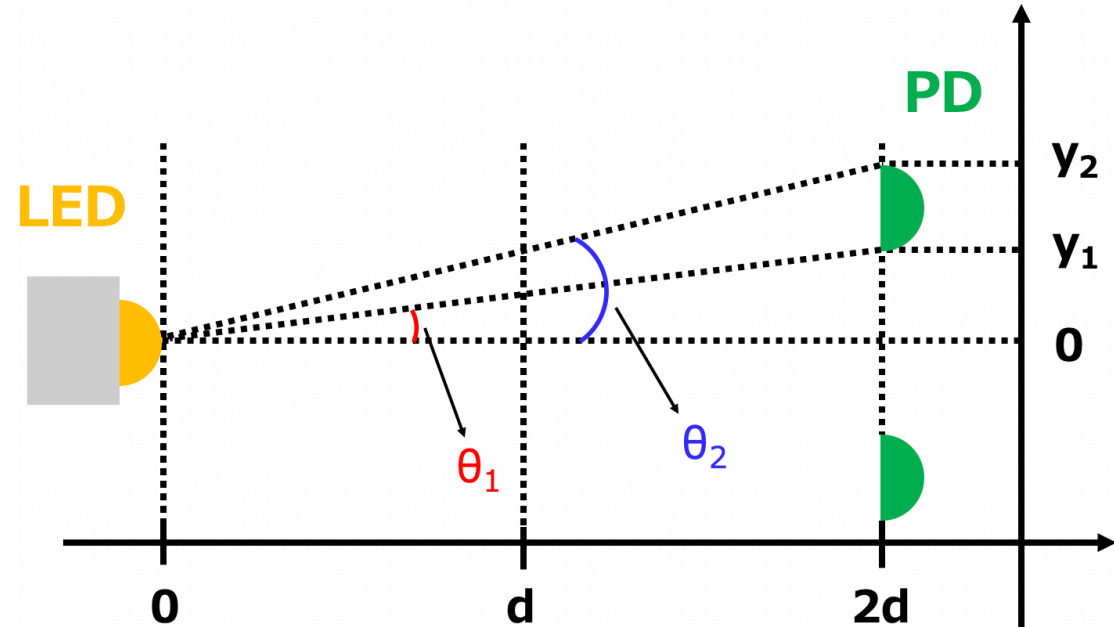
LEDの光

→ 配光角が限られるため、

ビームプロファイルは角度に依存： $I(\theta)$

PDは対称に2つ取り付けられているので  
フォトセンサの出力応答は

$$O(d) = 2 \sum_n r^n \int_{\theta_1}^{\theta_2} I(\theta) d\theta$$



## コイルマグネットアクチュエータ

ソレノイド電磁石 + コイル



鏡懸架チェーン

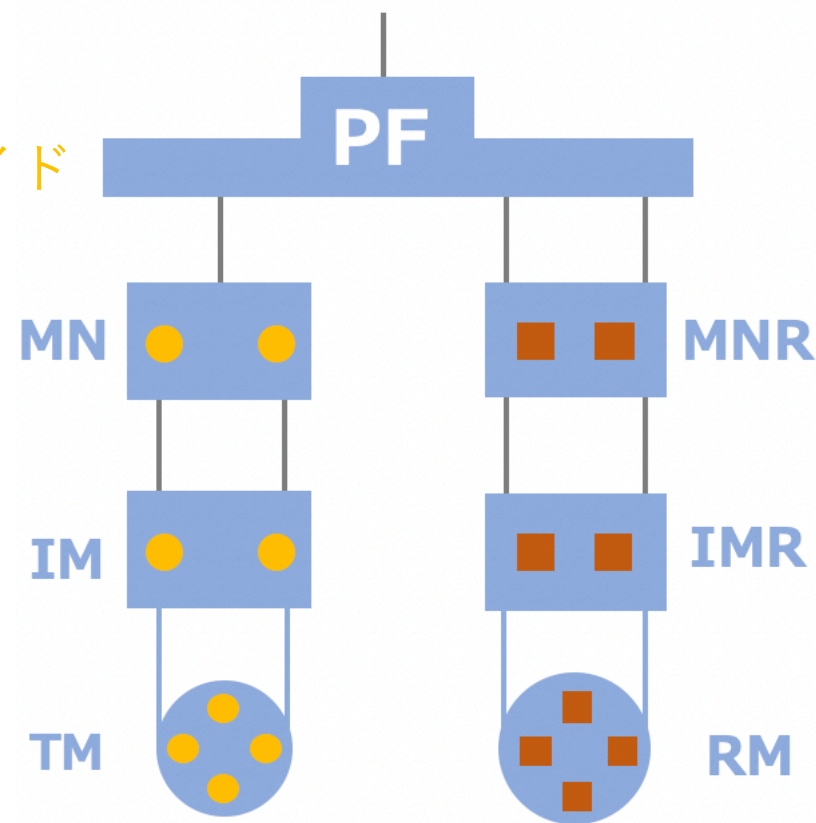


リコイルマスチェーン

コイル自身も防振が必要

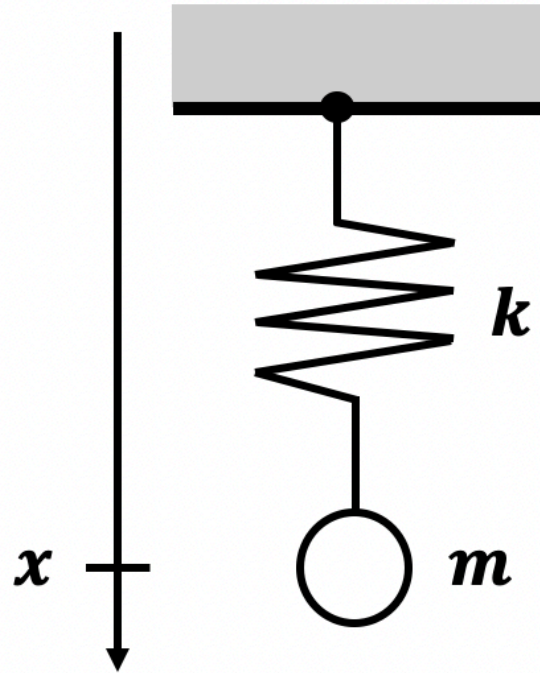
コイルをチェンバー底面などに固定してしまうとその部分の振動を直接拾ってしまい、結果として磁石を介して鏡に伝播してしまう

● ソレノイド  
電磁石  
■ コイル



コイルに電流を流して磁場を発生させ、磁石に力を加えることでミラーを動かし、その位置を制御





$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$$

周期的な外力（地面振動）が加わる強制的な振動

$$\ddot{z} + 2\gamma\dot{z} + \omega_0^2 z = \omega_0^2 a_0 e^{i\omega t}$$

$$\gamma = c/2m, \omega_0 = \sqrt{k/m}$$

$a_0$  : 外力の振幅

$\omega$  : 外力の角振動数

これを解くと

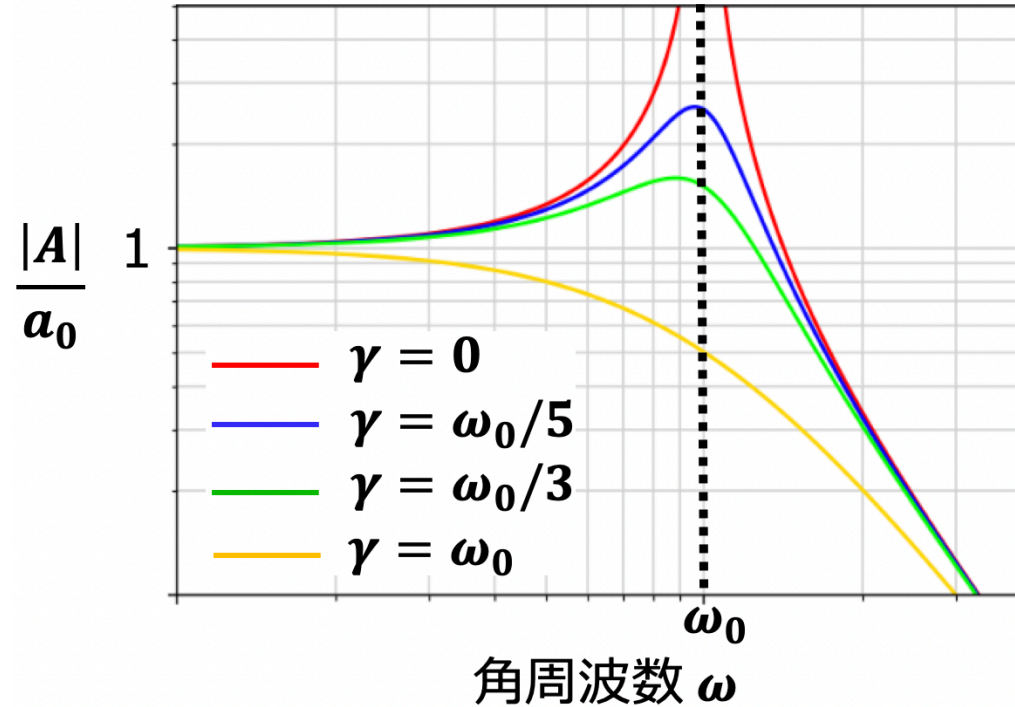
$$z = \frac{ae^{-\gamma t} \cos(\omega' t + \delta)}{\text{十分長い時間で0}} + \frac{\omega_0^2 a_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}} \cos(\omega t - \phi)$$

この振動の振幅

$$|A| = \frac{\omega_0^2 a_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}}$$

を  $a_0$  で割った値の周波数依存性を考える

$$|A| = \frac{\omega_0^2 a_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}} \quad \text{を } a_0 \text{ で割った値の周波数依存性}$$



$\gamma$  が非常に小さいとき：系は発散

$\gamma$  が小さいとき：固有角振動数に近づくと  
振幅が大きくなる（共振）

$\gamma$  が大きくなるにつれて共振のピークが  
小さくなる

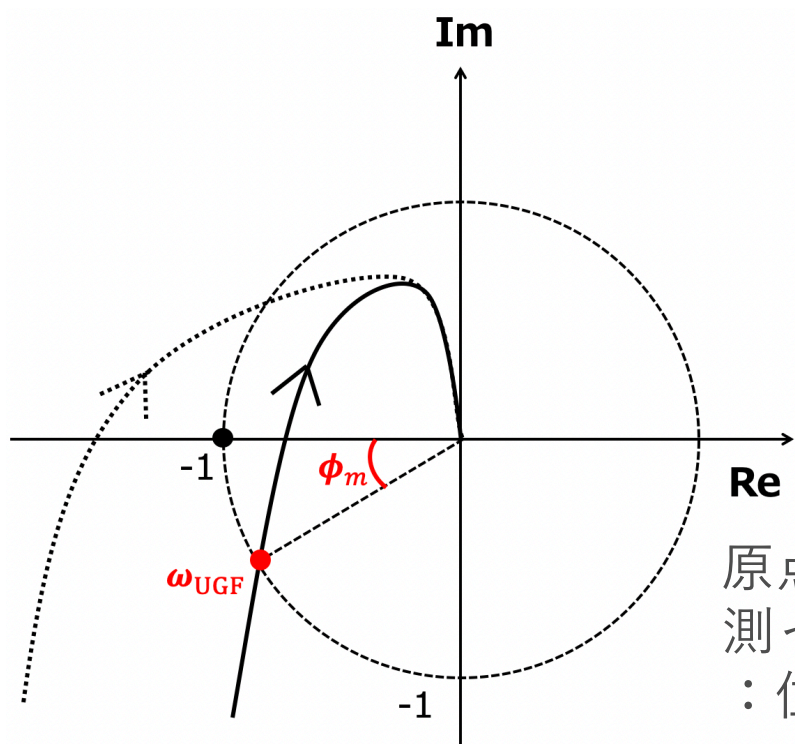
→  $\gamma = c/2m$  なので、これは速度に比例した力を  
調節するフィルタを設計すれば  
ダンピングできることを表す

## UGF

・・・ゲインが1となる周波数

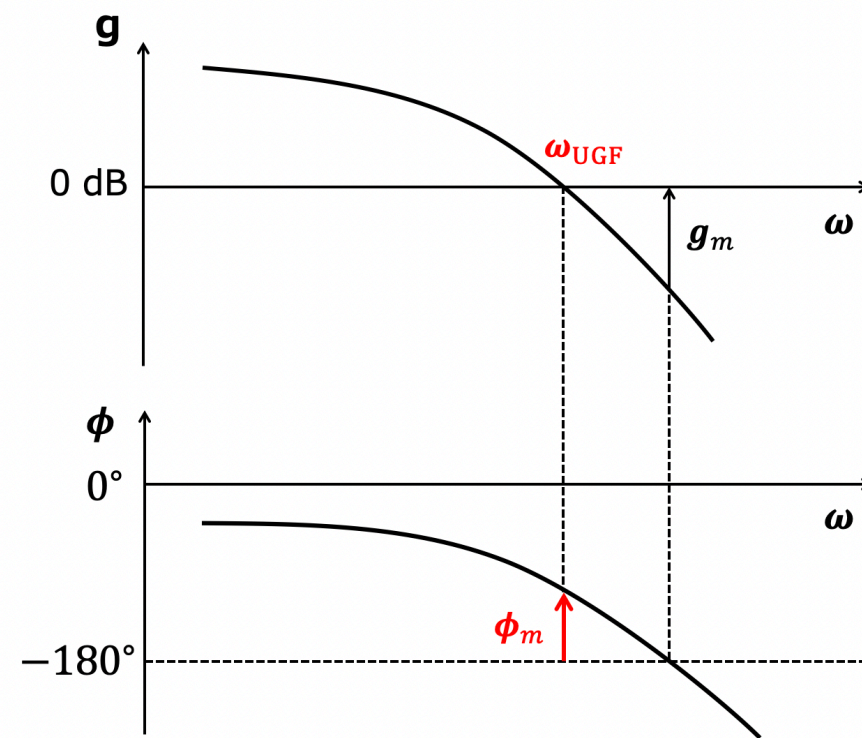
ナイキスト軌跡と単位円が交わる点

ナイキスト軌跡



原点からUGFに向かって  
測った角度  
：位相余裕

ボード図

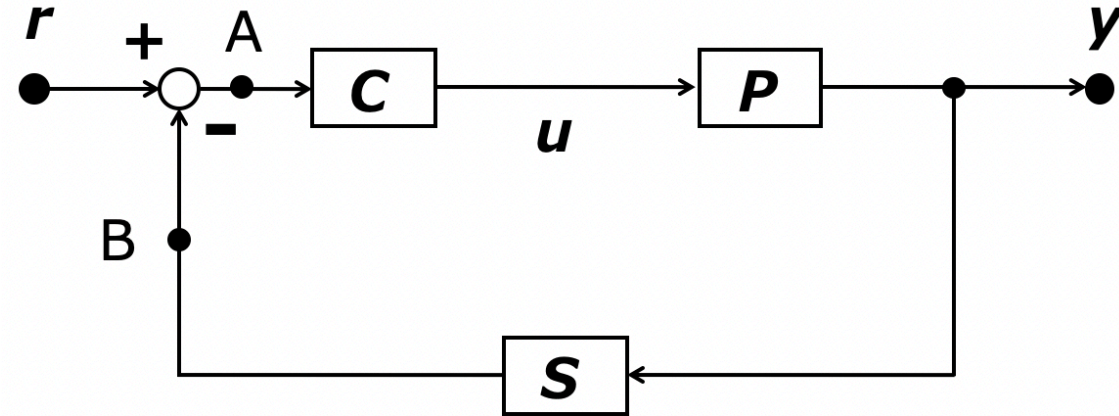




UGFでの位相余裕が $180^\circ$ を超えると発散

位相遅れが $180^\circ$ となる成分

A点を出た信号は開ループのゲイン倍されて戻ってくる



開ループゲインが1より小さければ, 振幅は減少し, 信号はループを回り続ける

開ループゲインが1より大きければ, 振幅は増大し, 閉ループは発散する

開ループゲインが1になるのはナイキスト軌跡における点 $(-1+0j)$  → UGF

安定不安定の境界

## 伝達関数

動的システムの数式モデル・・・微分方程式



ラプラス変換

$s$  領域での数式モデル・・・**伝達関数**

解きにくい・・・

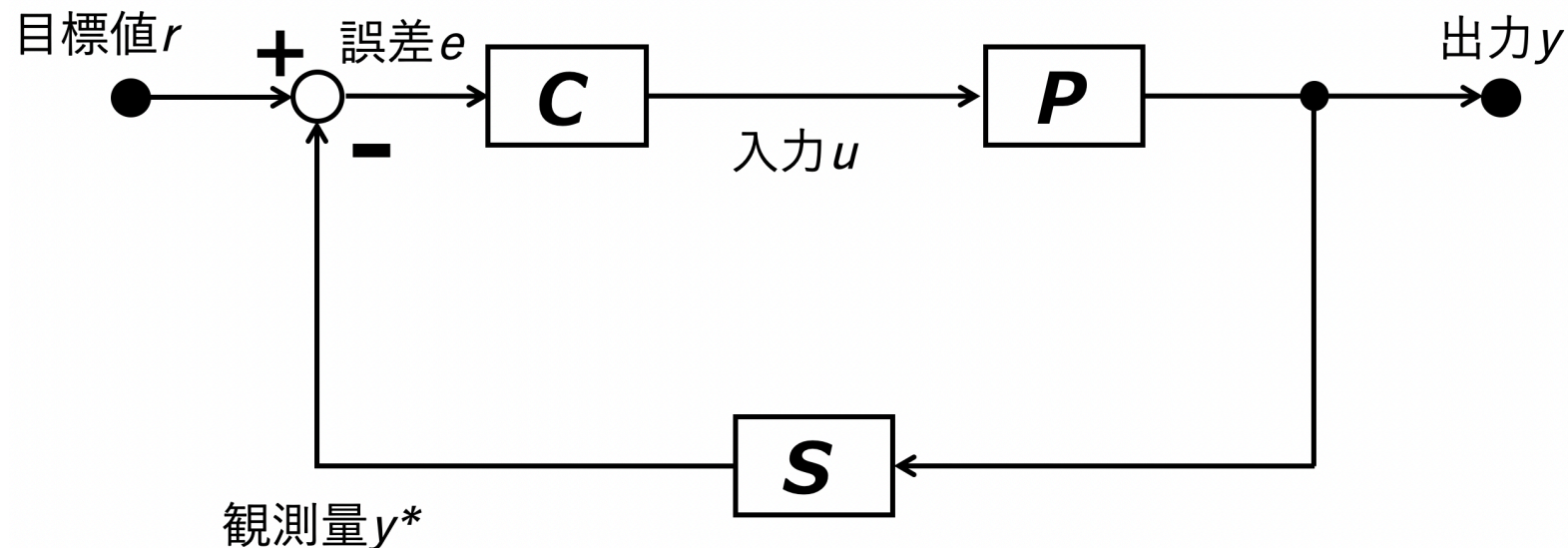
解きやすい！！

## 利点

出力が入力と伝達関数の積だけで書けるようになる

系の結合が容易になる

周波数解析が容易になる



$C(s)$  : 制御器

$P(s)$  : 制御対象

$S(s)$  : センサ

閉ループ伝達関数・・・目標値  $r$  から  
出力  $y$  までの伝達関数

$$\frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)S(s)}$$

開ループ伝達関数・・・誤差  $e$  から出力  $y$  までの伝達関数


$$C(s)P(s)$$

一巡伝達関数・・・誤差  $e$  から観測量  $y^*$  までの伝達関数

$$C(s)P(s)S(s)$$



閉ループ伝達関数・・・目標値  $r$  から  
出力  $y$  までの伝達関数  $\frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)S(s)}$


 制御目的をそのまま表した伝達関数  
(出力を目標に合わせる)

フィードバック制御の性能を調べる際に用いる

 意味が直感的に分かる


 式が複雑で扱いにくい・不安定になりやすい

開ループ伝達関数・・・誤差  $e$  から出力  $y$  までの伝達関数  $C(s)P(s)$


 制御対象の特性は分かっている場合に、  
制御器が取り付けられたら特性がどうなるかを表した伝達関数

制御器を含めた系の基本特性を調べる際に用いる


 式が単純で扱いやすい・不安定になることがあまりない

 直感的にはよく分からない

一巡伝達関数・・・誤差  $e$  から観測量  $y^*$  までの伝達関数  $C(s)P(s)S(s)$

 制御器に入力した信号が、フィードバックループを一巡して戻ってきたらどうなっているかを表した伝達関数

系全体の安定性を判別する際に使用する

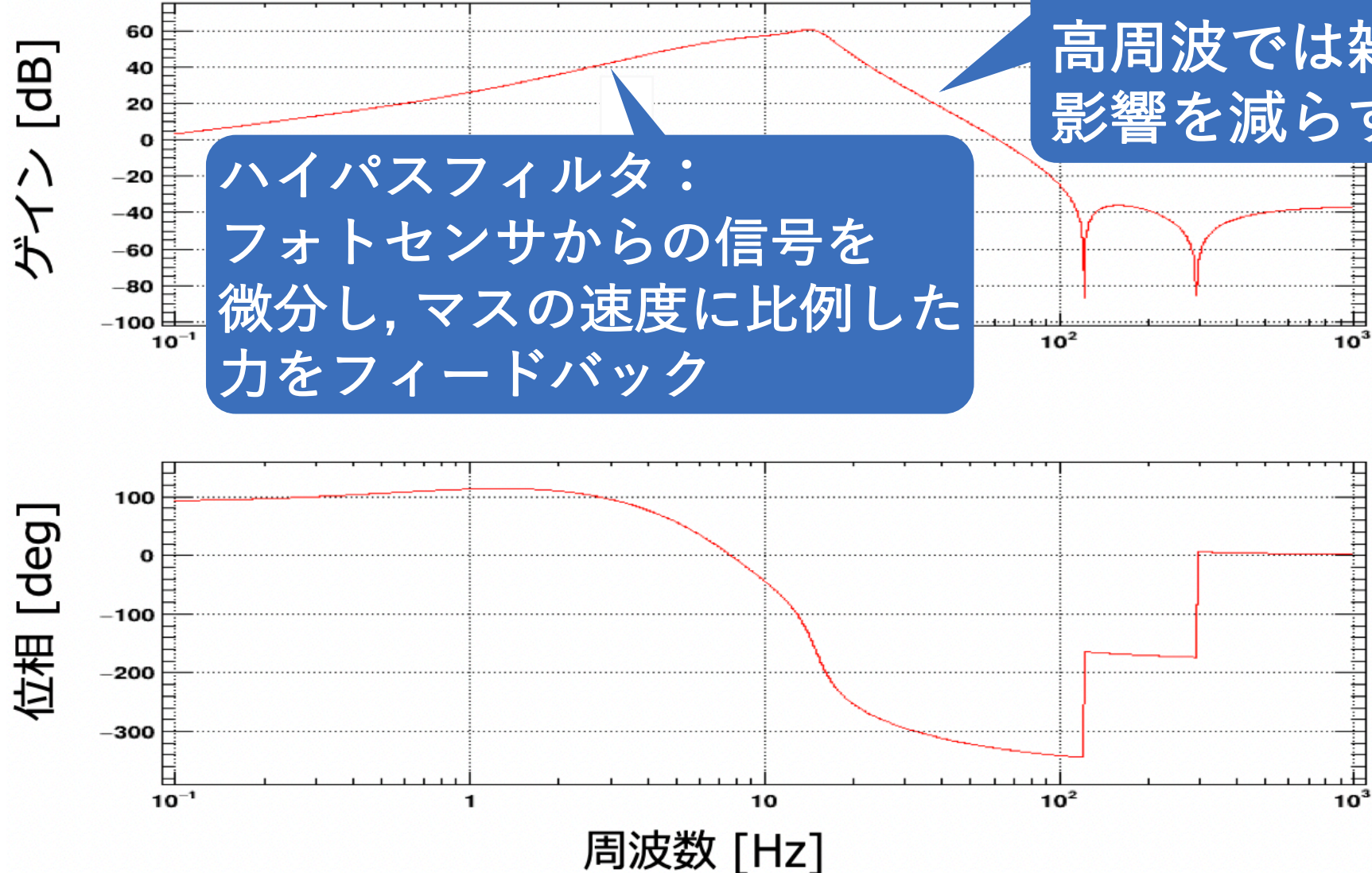
 複雑な閉ループ伝達関数を調べなくていい



# ダンピングフィルタの例

46

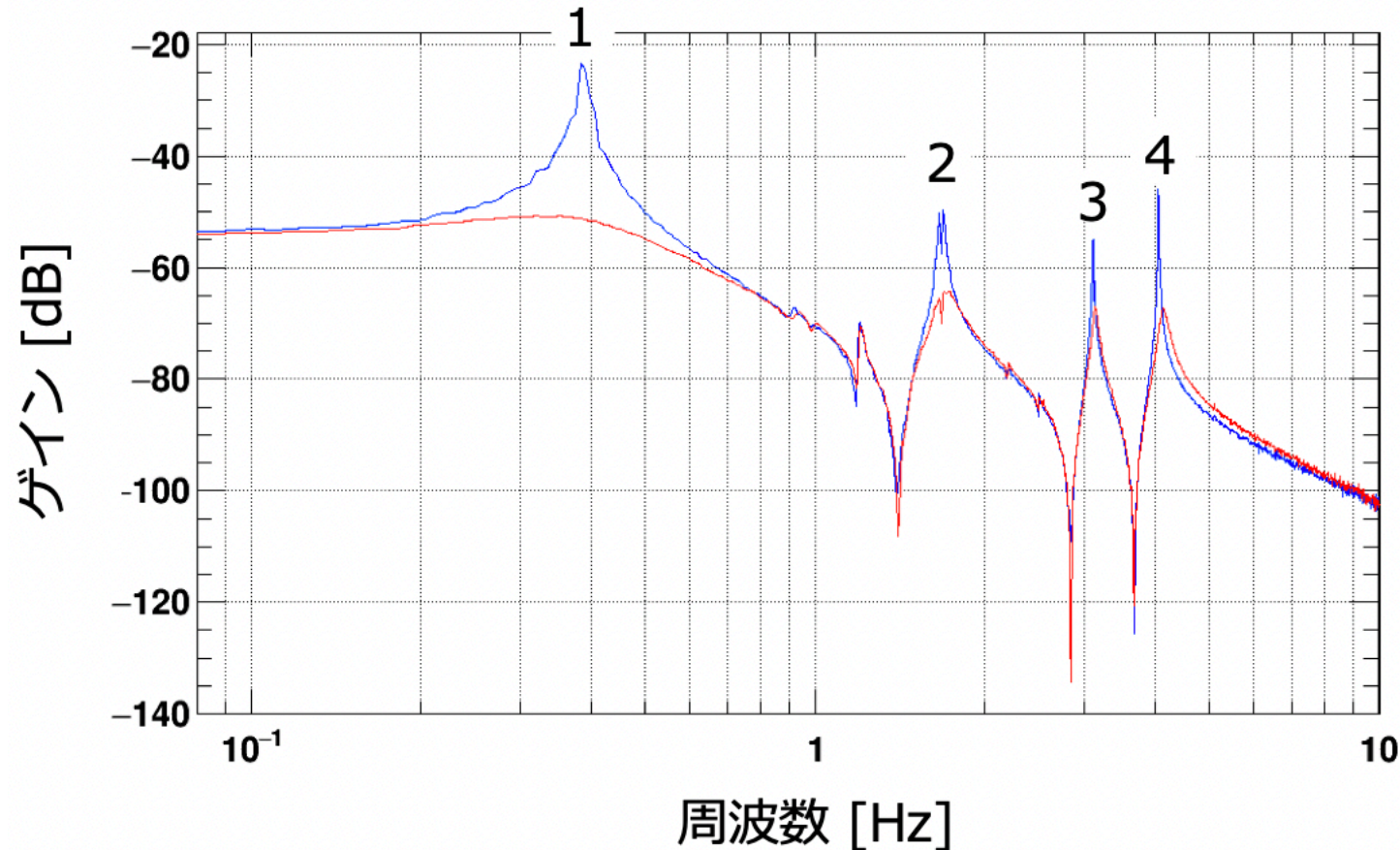
例) ETMX MN Y



# ダンピング制御の効果（周波数領域）

47

例) ETMX MN Y モード4 (4.08 Hz)



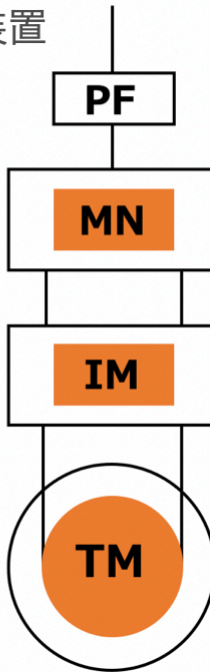
— . . . フィルタなし  
— . . . フィルタあり

モード

1 . . . 0.38 Hz  
2 . . . 1.66 Hz  
3 . . . 3.12 Hz  
4 . . . 4.08 Hz

共振周波数での揺れを  
ダンピングできた

低温懸架装置  
の概略図

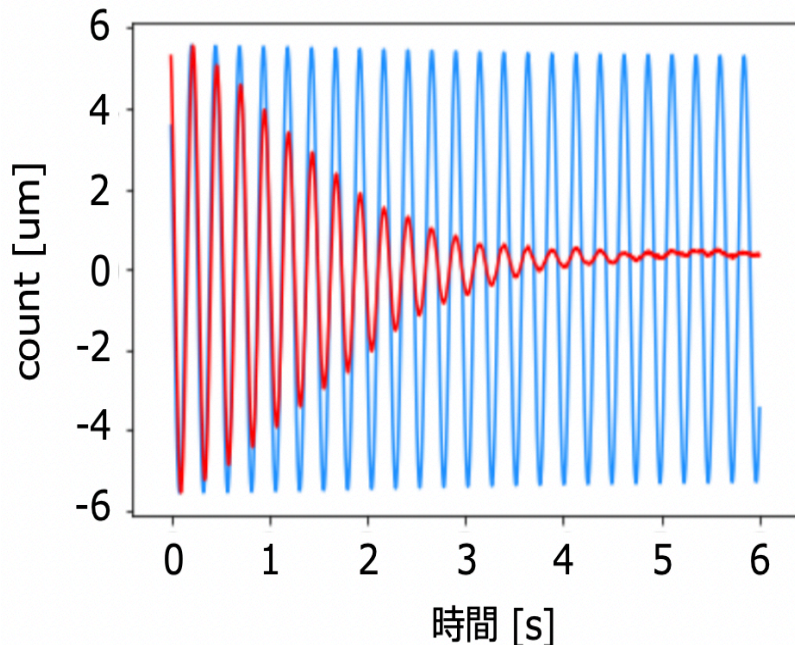


各共振モードの振幅が  $1/e$  まで減衰するのに要する時間で評価

KAGRAにおける要求値 = **60 秒**

（どの程度早く観測状態へ  
復帰できるかという観点で重要）

例) ETMX MN Y モード4 (4.08 Hz)



フィルタなし  $\tau = 97.1 \pm 0.4 \text{ s}$

フィルタあり  $\tau = 2.07 \pm 0.21 \text{ s}$

$\tau \cdots 1/e$  減衰時間

包絡線を

$$y = a \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + b$$

でフィット

測定方法

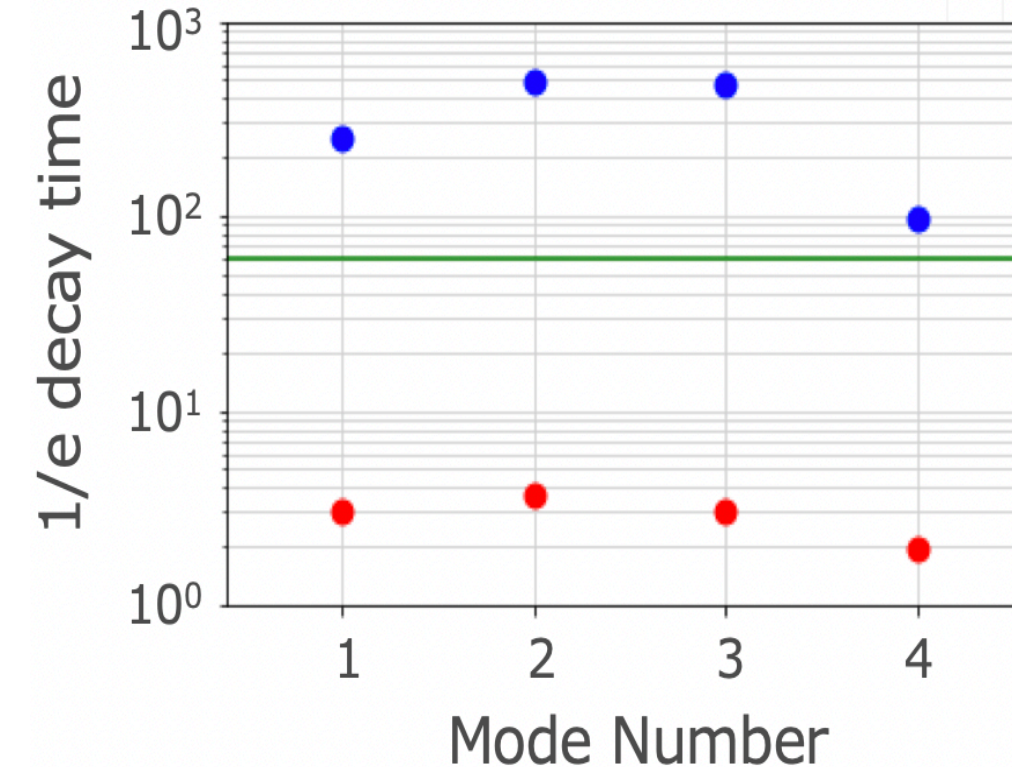
：特性評価のときと同様，  
共振周波数で励起し，  
振動が  $1/e$  に減衰する時間  
（減衰の時定数）を測定する

要求値の60 秒に対し，  
十分早く振動を抑えられている



## 例) ETMX MN Y

ETMX MN Y (297 K)



- without filter
- with filter
- Requirement (60 s)

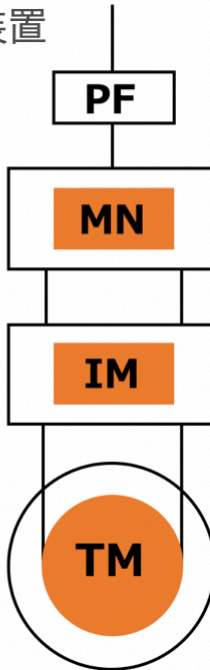
Mode  
1: 0.30 Hz  
2: 1.66 Hz  
3: 3.13 Hz  
4: 4.08 Hz

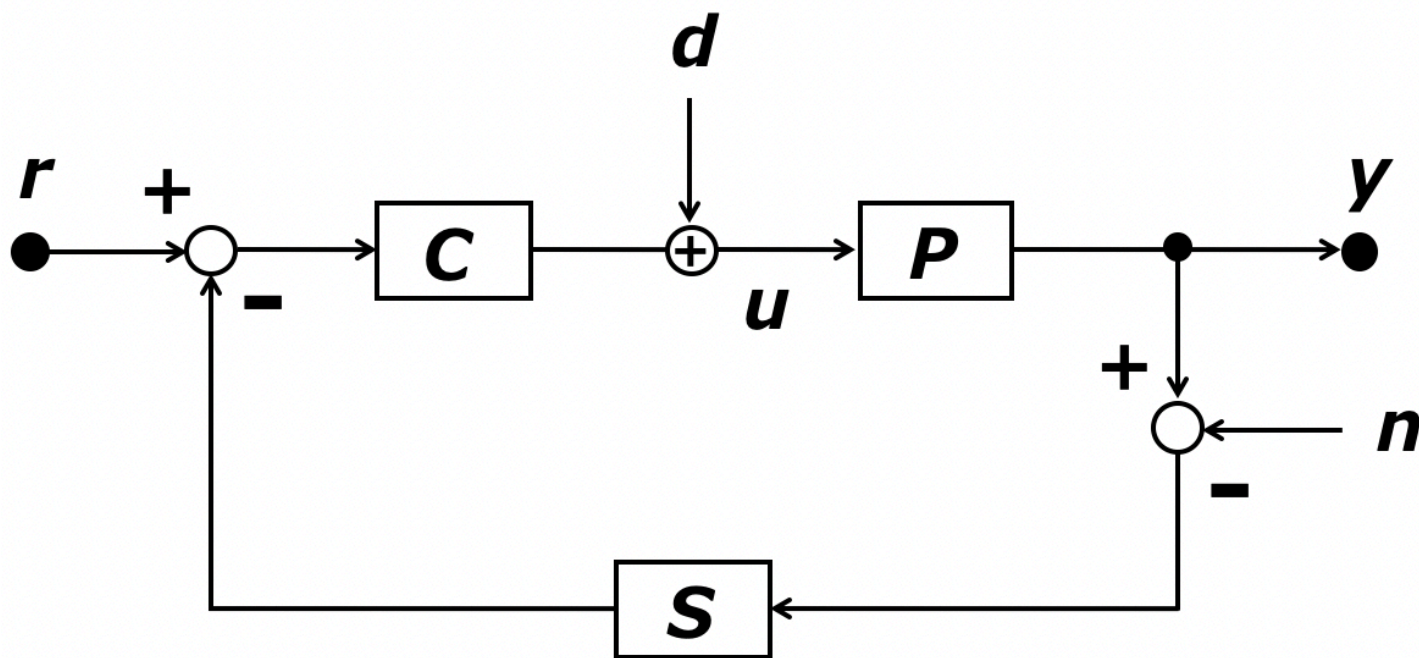
冷却した際も常温と同じ制御で十分早く振動を抑えられる

要求値の60 秒に対し、十分早く振動を抑えられている

他の自由度・低温懸架装置についても、要求値の60 秒に対して十分早く振動を抑えられているという結果が得られた

低温懸架装置の概略図





$C$ :制御器

$S$ :センサ

$d$ :外乱

$r$ :目標量

一巡伝達関数:

$$T_{\text{loop}} \equiv CPS = T_{\text{open}} S$$

$$T_{\text{dy}} \equiv \frac{y}{d} = \frac{P}{1+T_{\text{loop}}}$$

$$T_{\text{ny}} \equiv \frac{y}{n} = \frac{T_{\text{loop}}}{1+T_{\text{loop}}}$$

$P$ :制御対象

$u$ :制御信号

$n$ :雑音

$y$ :制御量

外乱から制御量までの伝達関数

雑音から制御量までの伝達関数

制御系の特性：外乱から制御量までの伝達関数  $T_{ry} \equiv \frac{y}{r} = \frac{CP}{1+T_{\text{loop}}}$

制御対象が  $P \rightarrow P + \Delta P$  となったときの特性の変動は

$$\Delta T_{ry} = \frac{\Delta P}{1+C(P+\Delta P)S} \times \frac{T_{ry}}{P}$$


このとき微分感度は  $S_0 = \lim_{\Delta P \rightarrow 0} \frac{\Delta T_{ry}/T_{ry}}{\Delta P/P}$


$\frac{\Delta T_{ry}/T_{ry}}{\Delta P/P}$ ：相対感度・・・外乱に対する制御特性の変動のしにくさ  
1より小さいときは外乱に対して  
制御特性が変動しにくい




これより

$$S_0 = \lim_{\Delta P \rightarrow 0} \frac{\left( \frac{\Delta P}{1+C(P+\Delta P)S} \times \frac{T_{ry}}{P} \right) / T_{ry}}{\Delta P / P} = \frac{1}{1+CPS} = \frac{1}{1+T_{loop}}$$


$$T_{dy} = S_0 P, \quad S_0 + T_{ny} = 1$$



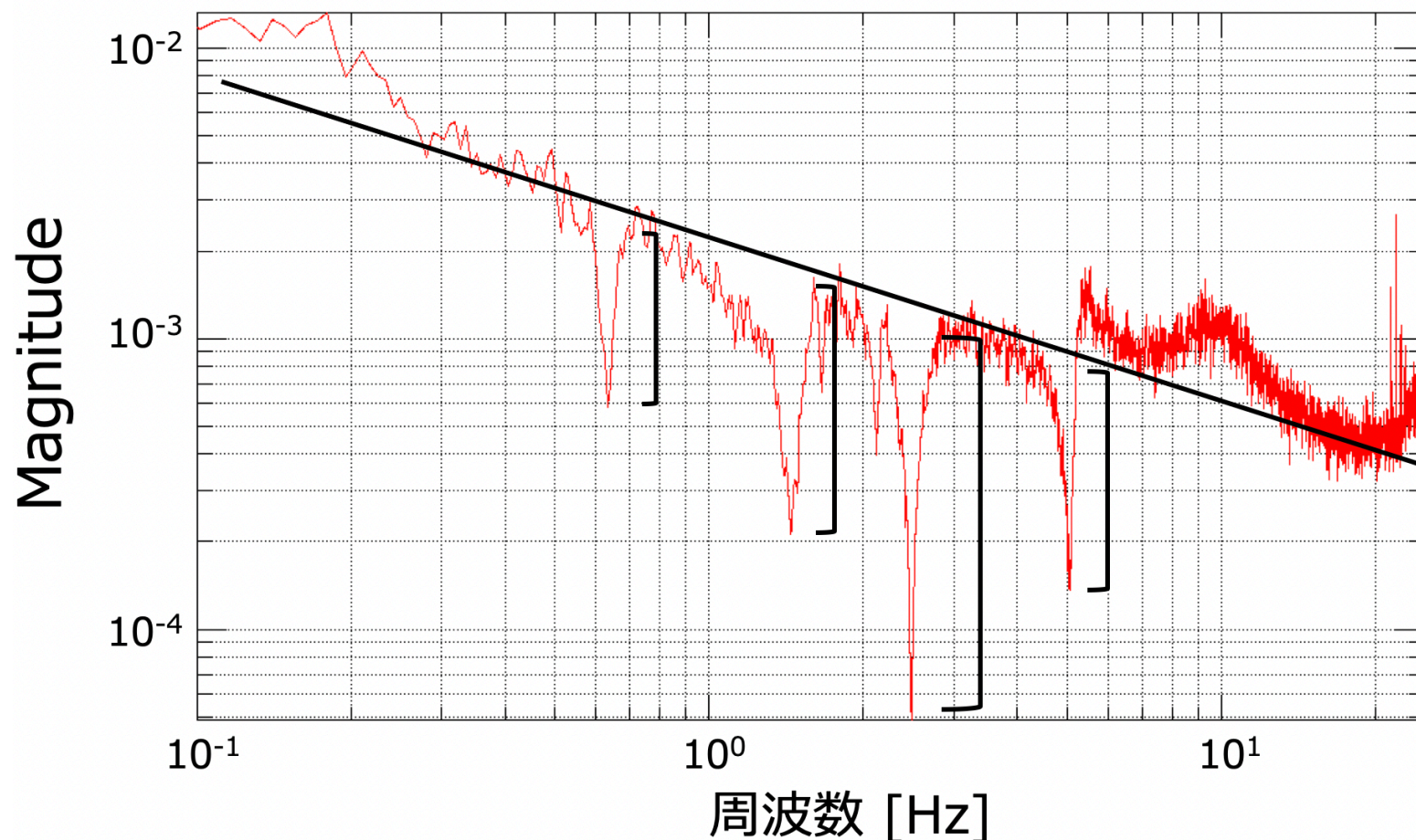
外乱の影響を小さくしようとするとき  $S_0$  が小さくなり、  
 $T_{ny}$  が大きくなる



ダンピング制御で外乱を抑えようとするとき 雑音の影響が大きくなる

## 例) ITMX MN L

フォトセンサの誤差信号

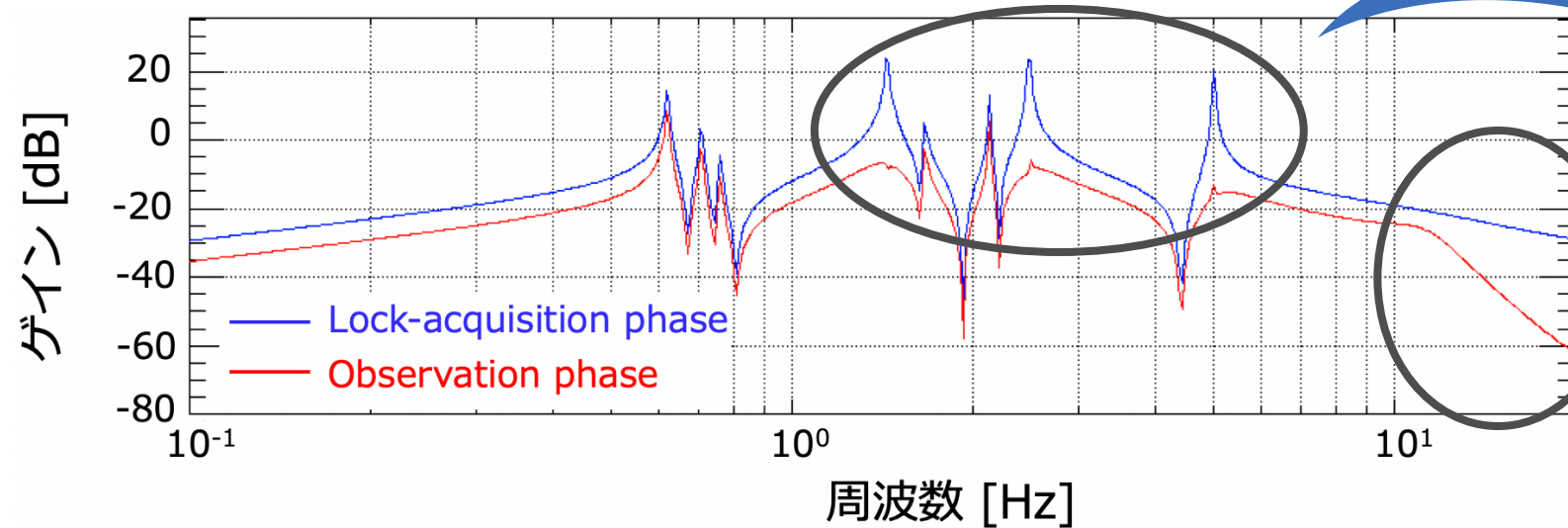


フォトセンサの信号から、  
オーバードンプの  
度合いを見積もる

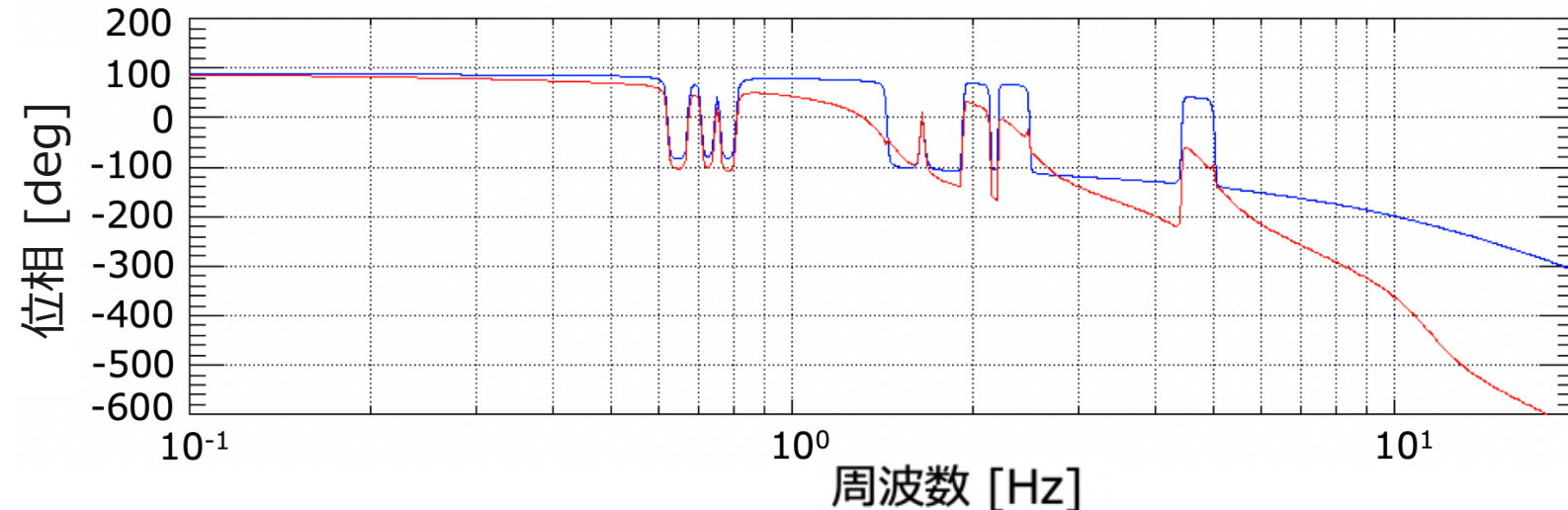
ダンピング制御に用いている  
フォトセンサの  
誤差信号において、  
信号が著しく小さくなる

→ ダンピングしすぎ

## 例) ITMX MN L 開ループ伝達関数

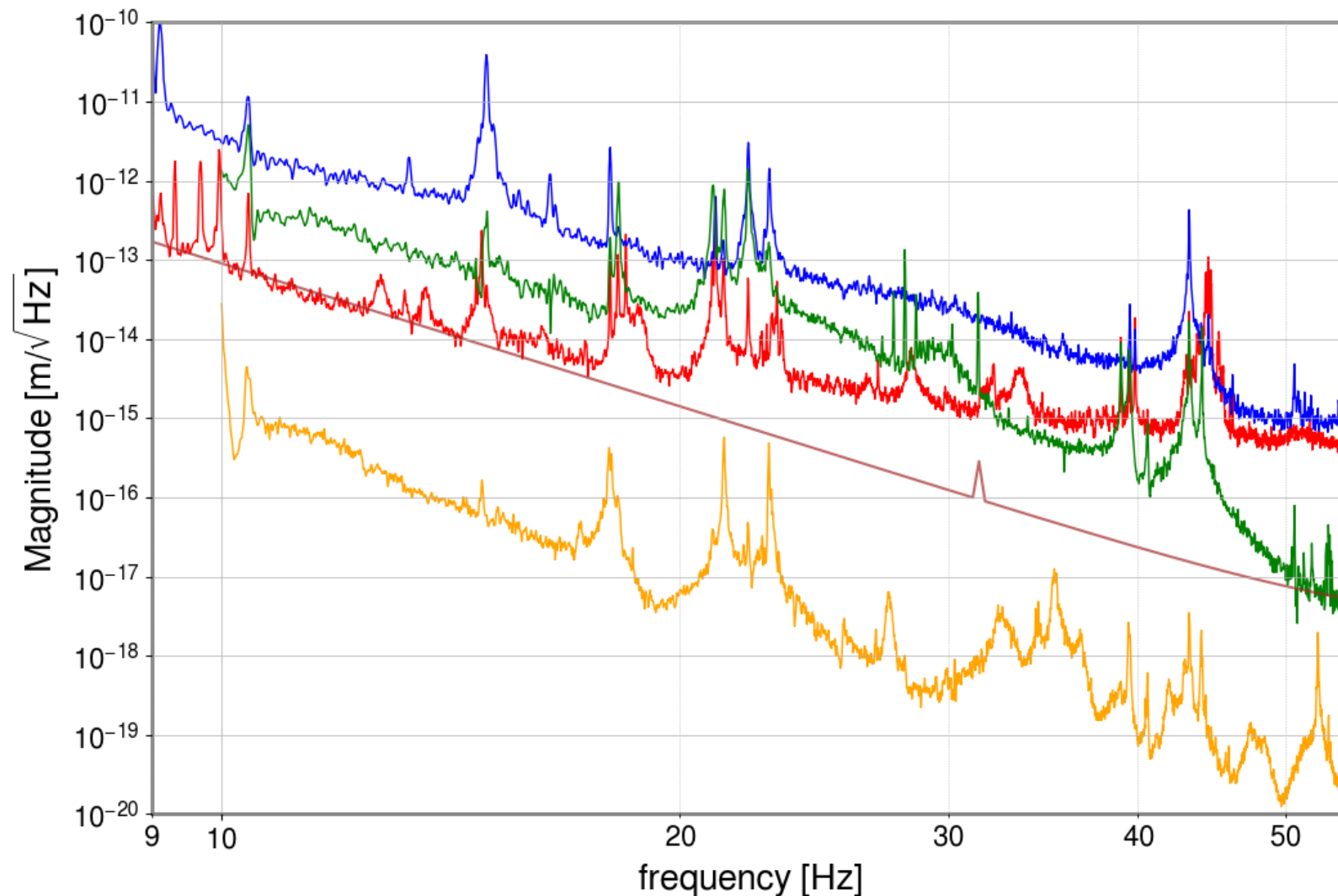


共振ピークを  
ノッチによって潰す

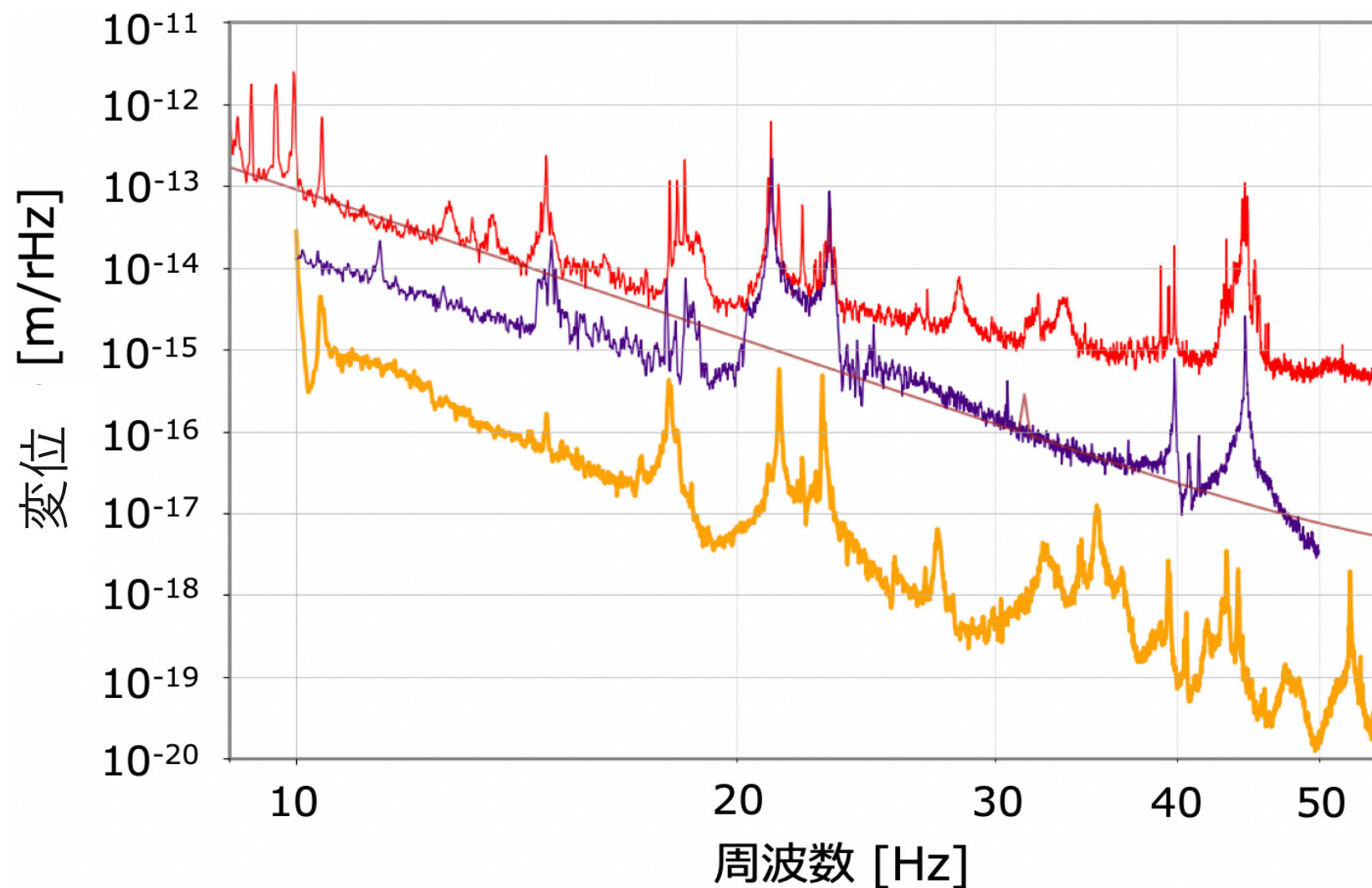


通過帯域での  
位相変化が小さい  
楕円ローパスフィルタを  
用いて  
従来よりも急峻に  
ゲインを落とす





- Observationフィルタ  
なしの場合のFPMIの感度
- Observationフィルタ  
ありの場合のFPMIの感度
- Observationフィルタ  
なしの場合の制御雑音
- Observationフィルタ  
ありの場合の制御雑音
- O4観測  
における目標感度



- FPMIの感度  
(2022/12/24)
- O4a 観測における  
目標感度
- ETMX の制御雑音
- ETMX以外の懸架装置  
の制御雑音の和

ETMXの  
制御雑音が支配的

➡ 他と同様の制御により  
目標感度まで雑音を低減  
できると期待される

## Modal damping

### これまでの制御

各段の信号を  
各段ごとに  
フィードバック

センサ・  
アクチュエータ基底



### Modal damping

振動モードの形に合わせて多段にフィードバック

モード分解

$$\left[ \text{モード座標信号} \right] = E^{-1} S \left[ \text{センサ信号} \right]$$

$E$  : 固有モード行列  
(モード座標系から物理座標系への変換行列)

$S$  : センサ基底から各段の物理座標系への変換行列

モード基底



## Modal damping

### これまでの制御

- 設計が簡単
- これまでうまくいっていた
- ✗ 1自由度ごとに設計しなければならない
- ✗ 人それぞれの設計

### Modal damping

- 多自由度を扱える
- より正確なシミュレーションによるシステムティックな最適化が可能
- ✗ モデリング精度に依存した制御性能
- ✗ 高性能なモデリングが難しい